

## **Concours interne de recrutement d'administrateurs de l'Insee**

### **Épreuve orale d'admission, sujet « mathématiques et statistiques »**

Le candidat dispose de 45 minutes pour préparer le sujet proposé.

Chaque sujet comporte deux exercices à traiter.

L'entretien, d'une durée totale de 45 minutes, se décompose en deux temps: le candidat dispose d'abord de 35 minutes pour présenter les résultats auxquels il est parvenu puis, au cours des 10 dernières minutes, des questions, sur des thèmes a priori différents de ceux déjà abordés, seront proposées au candidat.

## M231

Soient  $A \in \mathbf{M}_n(\mathbb{C})$  et  $B$  et  $C$  non nulles dans  $\mathbf{M}_{n,1}(\mathbb{C})$ . On pose :  $M = A + B {}^t C$  ( ${}^t C$  est la transposée de  $C$ ).

1. On suppose ici **A inversible**. Donner une condition nécessaire et suffisante d'inversibilité de  $M$  et, le cas échéant, calculer son inverse.
2. On revient au cas général. Déterminer une relation, ne dépendant que de  $A, B$  et  $C$ , que doit vérifier toute valeur propre de  $M$  qui n'est pas valeur propre de  $A$ .  
*On rappelle que les notions de déterminant et de polynôme caractéristique ne sont pas au programme.*
3. Déterminer les vecteurs propres de  $M$  associés à une valeur propre qui n'est pas valeur propre de  $A$ .
4.
  - a. Un vecteur propre de  $A$  peut-il être vecteur propre de  $M$  associé à la même valeur propre ?
  - b. Plus généralement, comment déterminer les vecteurs propres de  $M$  associés à une valeur propre commune avec  $A$  ?

## Probabilité 03

1. Soient  $T_1, \dots, T_n$ ,  $n$  variables aléatoires suivant toutes la loi exponentielle de paramètre  $\lambda > 0$ .  
C'est-à-dire de densité  $f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \mathbf{1}_{[0, +\infty[}(t)$ .

Quelle est la loi de la variable  $S_n = \sum_{k=1}^n T_k$  ?

2. On considère  $n$  variables aléatoires indépendantes  $X_1, \dots, X_n$  ayant toutes la même densité  $f$  définie par :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2}{t^3} & \text{si } t > 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- (a) Déterminer une densité de la variable  $Z_n = \prod_{k=1}^n X_k$ .
- (b) Déterminer une densité de la variable  $Y = \frac{X_2}{X_1}$ .

**Concours interne de recrutement d'administrateurs de l'Insee**

**Épreuve orale d'admission, sujet « économie »**

Le candidat dispose de 45 minutes pour préparer l'un de ces trois sujets.

Chaque sujet comporte deux exercices à traiter.

## Sujet 4

### Exercice 1 Trappe à inactivité (12 pts)

Un individu est susceptible de gagner sur le marché un salaire horaire  $w$ . Il n'a pas de revenus non salariaux. On suppose qu'il consomme un bien composite en quantité  $q$ , exprimé en unités monétaires et dont on supposera le prix unitaire égal à 1. La période considérée est également égale à 1. Soit  $l$  la durée de son loisir ( $0 \leq l \leq 1$ ). L'utilité de l'individu dépend des deux seules variables  $q$  et  $l$ .

1. Ecrivez la contrainte de budget de l'individu et représentez la graphiquement. Précisez sa contrainte de « plein revenu ». (Application numérique :  $w = 40\text{€}$ ). Représentez, un équilibre de l'individu si sa fonction d'utilité est:

$$U(q, l) = \ln(q) + \ln(l)$$

et précisez la quantité de travail fournie. (2 pts)

2. On suppose maintenant que l'Etat prélève un impôt proportionnel sur le revenu de taux  $t$  : pour un revenu  $R$ , le montant de l'impôt est  $T = tR$ .
  - a. Ecrivez la contrainte de budget de l'individu sous cette hypothèse, et montrez que cette situation est équivalente, pour l'individu, à celle dans laquelle il disposerait de l'intégralité de son revenu en gagnant un salaire horaire de  $w(1-t)$ . Faites une représentation graphique de la contrainte de budget après impôt. (Application numérique :  $t = 25\%$ ,  $w = 40\text{€}$ ). (2 pts)
  - b. Représentez graphiquement l'équilibre de l'individu sur la nouvelle contrainte. Travaille-t-il plus ou moins que dans la situation sans impôt (sur votre figure) ? Peut-on en déduire si un impôt proportionnel sur le revenu a, dans le cas général, pour effet de réduire ou d'augmenter la quantité de travail offerte ? Expliquez en détail ce résultat à partir des effets de revenu et de substitution, en donnant de plus l'équation de Slutsky correspondant à l'offre de travail. (Application numérique avec les mêmes valeurs et la même fonction d'utilité que précédemment). (4 pts).
3. L'individu appartient à une société qui a décidé que chaque citoyen devait disposer d'un revenu minimum sur la période, noté  $R_{\min}$ . On suppose que l'Etat verse alors à tout individu dont le revenu du travail,  $R$ , est inférieur au revenu minimum une subvention journalière  $S = R_{\min} - R$ . On suppose également que tout individu dans cette situation est exonéré d'impôt.
  - a. Quel est dans ce cas le revenu total disponible d'un individu gagnant (avant impôt) par son travail moins que  $R_{\min}$  ? Représentez graphiquement l'équilibre initial d'un individu dans cette situation, puis la partie correspondante de sa contrainte de budget avec subvention. (2 pts)
  - b. Où se situe l'équilibre de l'individu sur la nouvelle contrainte ? Montrer que tout se passe comme si l'individu qui gagne par son travail moins que  $R_{\min}$

était soumis à un impôt sur le revenu de 100%. Expliquez le phénomène de « trappe à inactivité » qu'on évoque parfois à propos des personnes qui tirent l'essentiel de leurs revenus des prestations sociales. Donnez des valeurs du salaire/du revenu minimum reflétant cette situation dans le cadre de la fonction d'utilité précédente. (2 pts).

### Exercice 2 Assurance (8 pts)

Votre patrimoine s'élève à 250.000 euros et comprend un bâtiment dont la valeur est 160.000 euros. Le problème est qu'il est bâti dans une zone sismique sans correspondre aux normes de construction correspondantes. Les spécialistes évaluent à 10% la probabilité d'avoir un fort tremblement de terre d'ici un an et que votre bâtiment soit complètement détruit. On suppose que c'est le seul risque qui pèse sur votre patrimoine. En désignant ce dernier par  $x$  au cours de la même année, votre fonction d'utilité est donnée par :

$$U(x) = x^{1/2}$$

1. Quelle est la valeur espérée de votre patrimoine pour l'année à venir, si vous ne prenez pas d'assurance ? (1 pt)
2. Avez-vous de l'aversion ou de l'attrait pour le risque ? (1 pt)
3. Quelle est la valeur de l'utilité espérée du patrimoine pour l'année à venir ? (1pt)
4. Quel est le montant de la prime de risque correspondant au problème ? (2pts)
5. Vous avez la possibilité de souscrire à un contrat d'assurance qui couvrira complètement les risques de destruction de votre bâtiment. Quel est le montant maximum de la prime d'assurance annuelle que vous accepterez de payer ? (2pts)
6. Quel sera le montant minimum de la prime demandée par l'assureur ? Pourrez-vous trouver avec lui un terrain d'entente ? (1pt)

## **Concours interne de recrutement d'administrateurs de l'Insee**

### **Épreuve orale d'admission : anglais**

Le candidat dispose de 45 minutes pour commenter un texte abordant un sujet d'ordre général, remis au préalable, et portant sur les domaines économique ou social, suivi d'une interrogation sur les idées principales du texte et d'un échange sur la carrière ou le projet professionnel du candidat.

Exemples de textes pouvant être proposés :

The Guardian

Opinion

## **Fox News and its audience became hooked on lies - now they can't break the habit**

Jonathan Freedland | Fri 21 Apr 2023 16.57 BST

*Evidence revealed in the Dominion case exposed the channel as the hostage of its viewers' fantasy: a Trump election victory*



*Fox host Tucker Carlson with Donald Trump in July 2022. Photograph: Seth Wenig/AP*

In Kansas City last week, an elderly white man who lives alone heard the doorbell ring. He didn't need to open the glass front door to see that a young black boy was standing there. He [reacted instantly](#), firing two shots through the glass, one of which struck 16-year-old Ralph Yarl in the head. Ralph had set out to pick up his younger siblings at a nearby house with a similar address: he'd made a mistake, for which he is now fighting for his life. Meanwhile, 84-year-old Andrew Lester has entered a plea of not guilty on a charge of first-degree assault. But listen to the [words of Lester's grandson](#).

He said they used to get on well, but in recent years his grandfather spent more and more time watching TV, specifically conservative cable channels: "He's become staunchly rightwing, further down the rightwing rabbit hole as far as doing the election-denying conspiracy stuff and Covid conspiracies and disinformation, fully buying into the [Fox News](#) ... kind of line." The way he saw it, his grandfather had been immersed in "a 24-hour news cycle of fear and paranoia".

Those words, disputed by another Lester grandchild, felt timely, coming as they did just as Fox News [paid out a record \\$787.5m](#) to settle a defamation suit for broadcasting lies about the 2020 US presidential election. The case had been brought by Dominion, a company that makes voting machines and which objected to Fox News airing, for instance, the wholly false claim that Dominion devices had deleted millions of votes for Donald Trump, replacing them with votes for Joe Biden – aided by an "algorithm to calculate the votes that they would need to flip".



The last-minute deal came as a surprise to those who were looking forward to a blockbuster courtroom drama, but the bigger shock might be that Fox didn't settle earlier. Given that the judge had already gone into caps-lock mode when he [ruled in March](#) that it "is CRYSTAL clear that none of the statements relating to Dominion about the 2020 election are true", the chances of a Fox win were always dicey.



*'In the absence of a bruising, televised trial and a guilty verdict, it will be business as usual at Fox.'* The News Corp building in New York, home to Fox News, the New York Post and the Wall Street Journal.

*Photograph: Kevin Hagen/Getty Images*

The settlement brought disappointment in what we might call the [reality-based community](#). Plenty were licking their lips at the prospect of seeing Fox News's bosses and biggest stars – the likes of Rupert Murdoch, Tucker Carlson and Sean Hannity – forced to admit, on the stand and on camera, not only that the Trump claim of a stolen election was a lie but that they had always known it was a lie, even if they pretended otherwise on air.

That much had already been established by the thousands of private emails, texts and WhatsApp messages [released](#) through the pre-trial discovery process, which showed Fox executives and talent contemptuous of the very claims the network was amplifying, day after day. The "software shit is absurd," Carlson said in one note, later writing that the source of that particular claim, a regular guest on the network, was "lying".

An under-oath grilling of the Fox elite, culminating in a confession of guilt, would have been emotionally satisfying, even cathartic, for an America that has seen jail sentences for those who stormed Capitol Hill on 6 January 2021 but no real consequences for those who led them there: the politicians and propagandists who pushed the big lie so effectively that 63% of Republican voters [still believe](#), even now, that Biden did not legitimately win the 2020 election.

Instead, there will be no witness box humiliation, not even an apology. On the contrary, the [network's post-deal statement](#), declaring that "this settlement reflects Fox's continued commitment to the

highest journalistic standards”, committed the very abuse of the facts for which the company had just paid out three-quarters of a billion dollars.

Indeed, the brazenness of that statement suggests that, in the absence of a bruising, televised trial and a guilty verdict, it will be business as usual at Fox. Sure, they’ll probably be more careful with their WhatsApps from now on, and they’ll keep the target of any future falsehoods general (“liberals” or “the deep state”), rather than naming specific corporations, but otherwise they have little incentive to change their modus operandi. After all, Fox News is still America’s [most watched](#) cable news channel. The model still works. This week’s payout can be written off as simply the price of doing business.

It’s small comfort, but there’s no guarantee that even if the Dominion case had gone to trial, and Fox had lost, it would have changed the calculus much. For what has been revealed most starkly by this saga is the extent to which Fox News now lives in fear of the monster it has created. Running through those emails and texts is terror of an audience that demanded to be told what it wanted to hear – namely, that Democrats could only have beaten the mighty Trump by cheating. If Fox was not prepared to tell that soothing bedtime story, the Fox tribe was ready to turn to alternative rightwing networks – the likes of Newsmax and One America News – who would.

In an absorbing essay on the Dominion case in Prospect magazine, Matthew d’Ancona [likens the Murdochs](#) to the Sacklers of Purdue Pharma and Oxycontin, encouraging a section of the American public “to become addicted to the opioid of an unyielding conservatism that often strayed into conspiracy theories and outright lies”. We might fantasise about taking down the first and most powerful supplier, but it’s gone beyond that now. The problem that needs treating is the addiction.

Jonathan Freedland is a Guardian columnist