Insee
Mesurer pour comprendre

CONCOURS contrôleur externe

ANNÉE 2026

INDIQUEZ VOTRE NUMÉRO DE CANDIDAT

N

Note :
19,00

ÉPREUVE
de mathématiques écrite

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

NOMBRE D'INTERCALAIRES : 1/4

Questionnaire à choix multiples

Partie A

1) A 2) C 3) C

4) C 5) B

Partie B

6) B 7) A 8) C

Exercice 2

1) $u_1 = u_0 \times 1{,}05$

$= 2400 \times 1{,}05$

$= 2520$

2) La suite $(u_n)_n$ est une suite géométrique car on multiplie par un même nombre chaque année.

Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2400 \times 1{,}05^n$

3) ~~Comme~~ indiqué dans la question 2, on multiplie le montant par le même nombre. La suite est donc géométrique de raison 1,05 et de premier terme 2400.

4) ~~Comme~~ (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05

on a : $\sum_{k=0}^{n} u_k = 2400 \times \frac{1 - 1{,}05^{n+1}}{1 - 1{,}05}$

5) $v_1 = v_0 + 120$

$= 2400 + 120$

$= 2520$

6) $v_n = 2400 + 120n$

7) La suite $(v_n)_n$ est ~~donc~~ arithmétique car on additionne toujours le même nombre. Sa raison est 120 et son premier terme 2400.

8) La suite (v_n) est arithmétique de raison 120 donc

$$\sum_{k=0}^{n} v_k = 2400n + 120 \times \frac{n(n-1)}{2}$$

3) On fait la somme pour les deux suites :

$$\sum_{k=0}^{2} u_k = 7566 \quad \text{et} \quad \sum_{k=0}^{2} v_k = 7560$$

donc le contrat n°2 est le plus avantageux pour 2 ans de contrat.

10) Pour les années suivantes, le contrat n°2 sera toujours plus avantageux car la croissance est linéaire pour une suite arithmétique et exponentielle pour une suite géométrique (avec une raison supérieure à 1 strictement).

Exercice 3

1) $x \mapsto 2x^2 + 3x - 2$ est une fonction polynomiale donc elle est définie sur $\mathbb{R}$

Par conséquent, f est définie sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$

2) Soit $a, b, c \in \mathbb{R}$

$$ax + b + \frac{c}{x} = \frac{ax^2}{x} + \frac{bx}{x} + \frac{c}{x}$$

$$= \frac{ax^2 + bx + c}{x}$$

Par identification des facteurs, on a $a = 2$; $b = 3$ et $c = -2$

Ainsi $f(x) = 2x + 3 - \frac{2}{x}$

3) a) $\lim_{x \to 0^+} x = 0$ donc par produit et par somme,

$\lim_{x \to 0^+} (2x + 3) = 3$

De plus $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ donc $\lim_{x \to 0^+} \frac{-2}{x} = -\infty$

Par somme, on a $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$

La courbe représentative de f admet donc une asymptote verticale en $x = 0$.

b) De la même manière, $\lim_{x \to 0^-} (2x + 3) = 3$

On a $\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$ d'où $\lim_{x \to 0^-} \frac{-2}{x} = +\infty$

Par somme, on trouve $\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$

On détermine également une asymptote verticale en $x = 0$.

c) $\lim_{x \to +\infty} (2x + 3) = +\infty$ par somme et par produit.

De plus $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$

Donc $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

d) De même $\lim_{x \to -\infty} (2x + 3) = -\infty$ et $\lim_{x \to -\infty} \frac{-2}{x} = 0$

donc $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Insee
Mesurer pour comprendre

CONCOURS contrôleur externe

ANNÉE 2026

INDIQUEZ VOTRE NUMÉRO DE CANDIDAT

N°

Note :

ÉPREUVE

de mathématiques écrite

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

NOMBRE D'INTERCALAIRES : 2/4

4) On pose $g(x) = 2x^2 + 3x - 2$ fonction du second degré.

On peut donc calculer le discriminant $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2)$

$= 25 > 0$

On a deux racines réelles $x_1 = \dfrac{-3 - \sqrt{25}}{2 \times 2} = -2$

et $x_2 = \dfrac{-3 + \sqrt{25}}{2 \times 2} = \dfrac{1}{2}$

De plus $2 > 0$ donc on peut résumer cela dans un tableau de signe

x	$-\infty$		-2		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de g		+	0	−	⋮	−	0	+	
x		−	⋮	−	0	+	⋮	+	
Signe de f		−	0	+	||	−	0	+	

f est donc positif sur $[-2 ; 0[\cup [\frac{1}{2} ; +\infty[$.

5) f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ de dérivée :

$$f'(x) = 2 + \frac{2}{x^2}$$

6) ~~Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$,~~ Soit $x \in \mathbb{R}^*$ on cherche,

$$f'(x) \geqslant 0$$

$$2 + \frac{2}{x^2} \geqslant 0 \qquad -2$$

$$\frac{2}{x^2} \geqslant -2 \qquad \times x^2 \quad \text{avec } x^2 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}^*$$

$$2 \geqslant -2x^2 \qquad \div(-2)$$

$$-1 \leqslant x^2$$

Or $x^2 > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$

donc

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de f'		$+$	$\|\|$	$+$	
Variations de f	$-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$	$\|\|$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

7) L'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ s'écrit

$$y = f'(a)(x-a) + f(a) \quad \text{pour tout } a \in \mathbb{R}^*$$

On $f'(1) = 2 + \frac{2}{1^2} = 4$ et $f(1) = 3$

d'où $y = 4(x-1)+3$

$= 4x - 1$ l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

8) On pose $h(x) = 4x - 1$

$$h(x) - f(x) = 4x - 1 - \frac{2x^2+3x-2}{x}$$

$$= \frac{4x^2 - x - (2x^2+3x-2)}{x}$$

$$= \frac{2x^2 - 4x + 2}{x}$$

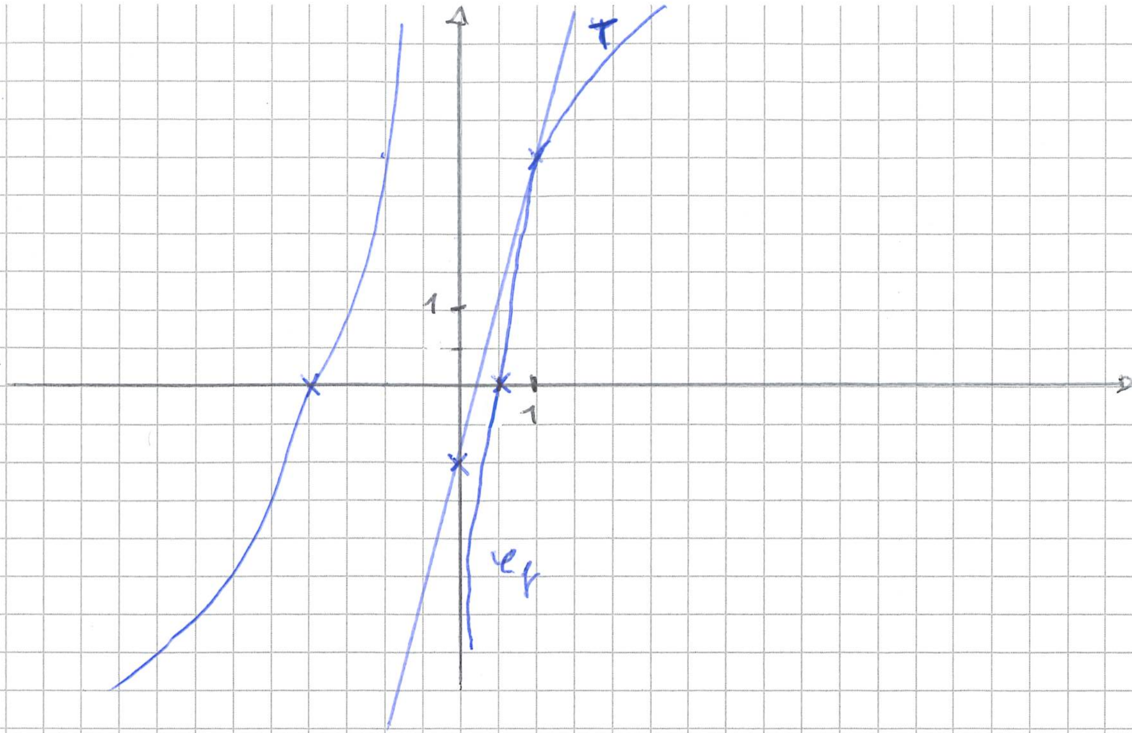
$$= \frac{2(x^2-2x+1)}{x}$$

$$= \frac{2(x-1)^2}{x}$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$2(x-1)^2$		$+$	$\vdots$	$+$	
x		$-$	0	$+$	
$h(x) - f(x)$		$-$	$\|$	$+$	

Par conséquent la ~~tangente~~ droite T est au-dessus de la courbe C_f sur $]0;+\infty[$ et en dessous sur $]-\infty;0[$

9)



10) $\int_2^3 f(x)\,dx$ désigne l'aire algébrique entre la droite des abscisses, la courbe $\mathcal{C}_f$ et les droites d'équations $x=2$ et $x=3$.

11) $\int_2^3 f(x)\,dx = \int_2^3 \left(2x+3-\frac{2}{x}\right)dx$

$= \int_2^3 2x\,dx + \int_2^3 3\,dx - \int_2^3 \frac{2}{x}\,dx$ (linéarité de l'intégrale)

$= 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_2^3 + 3\left[x\right]_2^3 - 2\left[\ln|x|\right]_2^3$

$= 2\left(\frac{9}{2}-\frac{4}{2}\right) + 3(3-2) - 2(\ln(3)-\ln(2))$

$= 8 - 2\ln 3 + 2\ln 2 \simeq 7,2$ unité d'aire.

Insee
Mesurer pour comprendre

CONCOURS contrôleur externe

ANNÉE 2026

INDIQUEZ VOTRE NUMÉRO DE CANDIDAT

N°

Note :

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

ÉPREUVE

de mathématiques écrite

NOMBRE D'INTERCALAIRES : 3/4

Exercice 4

Partie A

1) L'algorithme permet de déterminer si un nombre est divisible par 14. Si un nombre est bien divisible par 14, b et c seront égaux car le reste de la division euclidienne sera égale à 0.

2) Pour $a = 175$, on a $b = \frac{175}{14} = 12,5$ et $c = 12$

car $175 = 12 \times 14 + 7$

3) Comme $b \neq c$, l'algorithme renvoie "False"

Partie B

u = 2400

n = 2026

Tant que $u < 3000$:

u prend la valeur $u \times 1{,}03$

n prend la valeur $n+1$

Retourner n

Exercice 5

1) La ~~pop~~ population étudiée est les filles d'une classe de seconde.

2) Le critère étudié est leur taille en cm.

3) L'écart-type représente l'écart à la moyenne. C'est un indice de dispersion autour de la moyenne.

4) L'avantage de l'écart-type par rapport à la variance est qu'il s'exprime dans la même unité que le critère étudié.

5) On pose x_i, avec $i \in [\![1;11]\!]$, une valeur du tableau.

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{11} x_i}{11} = \frac{(158 + 167 + \dots + 172)}{11}$$

$$\simeq 166,6 \text{ cm}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{11} (x_i - m)^2}{11}} \simeq 6,5$$

6) On commence par ordonner les valeurs du tableau.

Taille en cm	158	160	167	172	176
Effectif	2	2	3	2	2

Pour le 1er quartile, on regarde la $\frac{11+1}{4} = 3^{ème}$ valeur

donc $q_1 = 160$

Pour le quatrième quartile, on regarde la $3 \times \frac{11+1}{4} = 9^{ème}$ valeur

donc $q_3 = 172$

Pour la médiane, on regarde la $\frac{11+1}{2} = 6^{ème}$ valeur

donc la médiane est égale à 167

7) $Q_3 - Q_1 = 172 - 160 = 12$ donc l'écart interquartile est de 12.

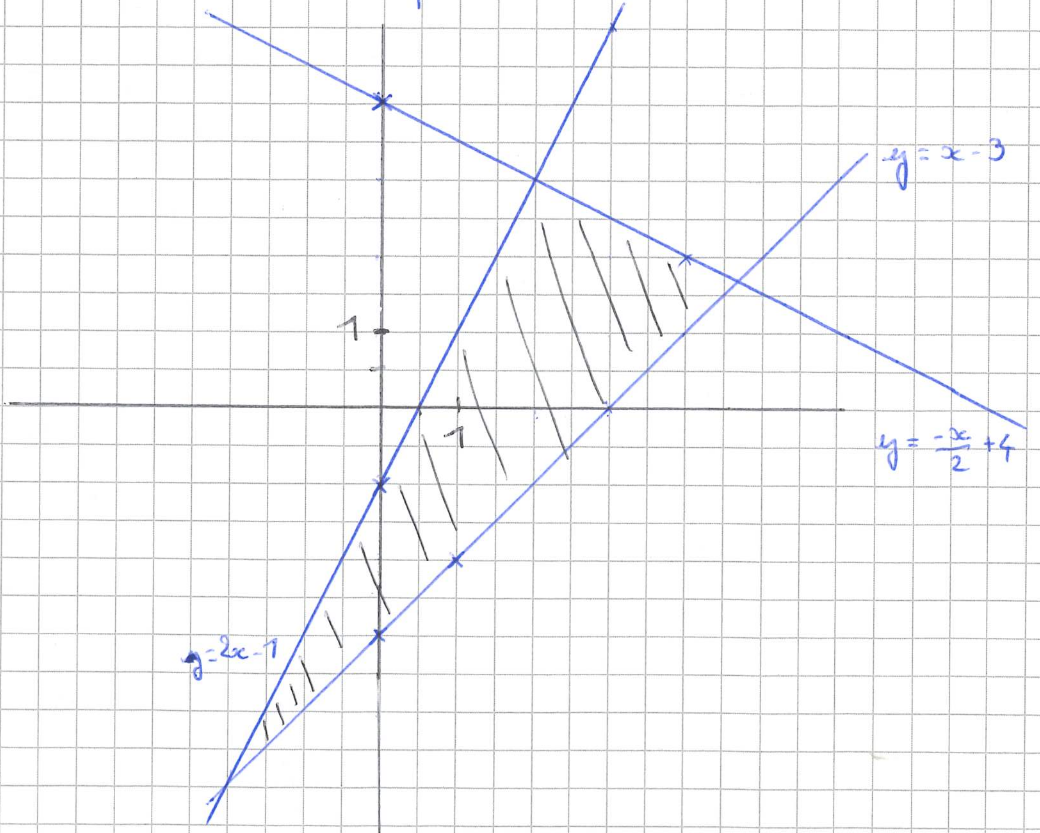
Exercice 6

1) $x + 2y = 8$ $\Leftrightarrow$ $y = \frac{-x}{2} + 4$

$2x - y = 1$ $\Leftrightarrow$ $y = 2x - 1$

$x - y = 3$ $\Leftrightarrow$ $y = x - 3$

On trace les 3 droites d'équations trouvées ci-dessus



CONCOURS contrôleur externe

ANNÉE 2026

INDIQUEZ VOTRE NUMÉRO DE CANDIDAT

N°

Note :

ÉPREUVE

de mathématiques écrite

N.B : Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

NOMBRE D'INTERCALAIRES : 4/4

2) On calcule les points d'intersections des droites

* Ainsi $\frac{-x}{2} + 4 = 2x - 1$

$\Leftrightarrow \quad 5 = \frac{5}{2}x$

$\Leftrightarrow \quad x = 2$

On a alors $y = 2 \times 2 - 1 = 3$

donc $(2, 3)$ est un sommet du domaine.

* De même,

$-\frac{x}{2} + 4 = x - 3$

$\Leftrightarrow \quad 7 = \frac{3}{2}x$

$\Leftrightarrow \quad x = \frac{14}{3}$ d'où $y = \frac{14}{3} - 3 = \frac{5}{3}$

donc $\left(\frac{14}{3} ; \frac{5}{3}\right)$ est un sommet du domaine.

* De plus, $x - 3 = 2x - 1$

$\Leftrightarrow x = -2$

d'où $y = -2 - 3 = -5$

donc $(-2 ; -5)$ est un sommet du domaine