INSEE
INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

CONCOURS Externe de Contrôleur

ANNÉE 2026

INDIQUEZ VOTRE NUMÉRO DE CANDIDAT

N°

Note et appréciations du corre

19,50

ÉPREUVE

de Mathématiques et Statistiques.

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie

NOMBRE D'INTERCALAIRES : 1/3

IMPRIMERIE NATIONALE 7 170055 GFF

$\boxed{\text{QCM :}}$

Partie A :

1) A)

2) C)

3) C)

4) C)

5) B)

Partie B :

6) B)

7) A)

8) C)

~~8)~~

Exercice 2 :

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ pour le montant du 1^{er} contrat chaque année $2026+n$, de même pour $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ pour le second contrat. $U_0 = V_0 = 2400$.

1] Augmentation de 5% vis à vis de l'année précédente,

en $2027 = 2026+1$ correspond à U_1,

$$U_1 = U_0 \times 1{,}05 = 2400 \times 1{,}05 = \underline{2520 \text{ €}}$$

2] Chaque année, on a une augmentation annuelle de 5% de l'année précédente : $\forall n\in\mathbb{N}$, $U_{n+1} = U_n + 0{,}05\times U_n$

Et donc $\underline{U_n = 1{,}05^n \times 2400}$ $\quad \underline{= 1{,}05 \times U_n}$.

3] $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique $\begin{cases} \text{de raison } q = 1{,}05 \\ \text{de premier terme } U_0 = 2400 \end{cases}$

En effet on multiplie par $q = 1{,}05$ pour passer du terme au suivant : $U_{n+1} = 1{,}05 \times U_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$.

4] Alors $\forall n\in\mathbb{N}$, $\underline{U_n = q^n \times U_0 = 1{,}05^n \times 2400}$.

Et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} U_k = \frac{1-1{,}05^{n+1}}{1-1{,}05} \times 2400$ est la somme cumulée des années.

5] Contrat 2 : Augmentation annuelle forfaitaire du loyer de 120 € par rapport à l'année précédente.

Donc $\underline{V_1 = V_0 + 120 = 2400 + 120 = 2520 \text{ €}}$

est le loyer payé en $2027 = 2026+1$,

6)

$$2026 \xrightarrow{+120\,€} 2027 \xrightarrow{+120\,€} 2028 \xrightarrow{+120\,€} 2029 \ \dots$$

$v_0 \quad v_1 \quad v_2 \quad v_3$

D'où $\forall n \in \mathbb{N}$ $\underline{v_n = v_0 + 120 \times n = 2400 + 120 \times n}$

7) C'est une suite arithmétique $\begin{cases} \text{de raison } r = 120 \\ \text{de premier terme } v_0 = 2400 \end{cases}$

car on ajoute toujours la même valeur

120 pour passer d'un terme au suivant.

8) $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = 2400 + 120 \times n$.

la somme cumulée $\underline{\sum_{k=0}^{n} v_k = \frac{(v_0 + v_n) \times (n+1)}{2} = \frac{(4800 + 120 \times n) \times (n+1)}{2}}$

9) 2 ans = 2028 : $u_2 = 2646$ €

$v_2 = 2640$ €. $u_2 > v_2$

<u>le second contrat est plus avantageux sur 2 ans</u>

10) 3 ans : 2029 ; $u_3 = 2778,3 > v_3 = 2760$.

Cette tendance à ce que le second contrat est meilleur va continuer, reste à le prouver : Par Récurrence, montrons que $\forall n \in \mathbb{N}^*_{n \geq 2}$, $u_n > v_n$:

<u>Initialisation :</u> $n = 2$: $u_2 = 2646$ € $> v_2 = 2640$

<u>Hérédité :</u> Soit $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ tel que $u_n > v_n$.

Alors $u_{n+1} = 1,05 \times u_n > 1,05 \times v_n$.

$= v_n + 0,05 \times v_n$.

v_n est évidemment une suite strictement croissante.

Donc $v_n > v_0 = 2400$.

Donc $u_{n+1} > v_n + 0,05 \times v_n > v_n + 0,05 \times v_0 = v_n + 0,05 \times 2400$

$= v_n + 120$

$= v_{n+1}$.

Donc par principe de raisonnement par récurrence :

À partir de la seconde année, <u>le second contrat est toujours meilleur.</u>

Exercice 3 :

$$f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{x}.$$

1) f est évidemment bien défini là où son dénominateur est non nul, donc sur $\mathbb{R}^*$.

Et 0 n'est pas racine de son numérateur : $2\times 0^2 + 3\times 0 - 2 = -2 \neq 0$.

Donc f n'est pas bien défini en 0.

Donc l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}^*$.

2) $x \in \mathbb{R}^*$, $f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{x} = \frac{2x^2}{x} + \frac{3x}{x} - \frac{2}{x}$

$= 2x + 3 - \frac{2}{x} = ax + b + \frac{c}{x}$

avec $a = 2$, $b = 3$ et $c = -2$

3) a) et b) $f(x) = 2x + 3 - \frac{2}{x}$.

$x \mapsto 0^+$: $\lim\limits_{x\mapsto 0^+} 2x+3 = 3$, $\lim\limits_{x\mapsto 0^+} -\frac{2}{x} = -\infty$

donc $\lim\limits_{x\mapsto 0^+} f(x) = -\infty$.

$x \mapsto 0^-$: $\lim\limits_{x\mapsto 0^-} 2x+3 = 3$, $\lim\limits_{x\mapsto 0^-} -\frac{2}{x} = +\infty$

donc $\lim\limits_{x\mapsto 0^+} f(x) = +\infty$

De ces deux limites, la droite $x=0$ est asymptote verticale par les deux limites en zéro de la fonction f.

c) $x \mapsto +\infty$: $\lim\limits_{x\mapsto +\infty} 2x = +\infty$ $\lim\limits_{x\mapsto +\infty} 3 - \frac{2}{x} = 3$.

Donc $\lim\limits_{x\mapsto +\infty} f(x) = +\infty$, suivant la droite $y = x \mapsto 2x + 3$ comme asymptote

d) $x \mapsto -\infty$: $\lim\limits_{x\mapsto -\infty} 2x = -\infty$ $\lim\limits_{x\mapsto -\infty} 3 - \frac{2}{x} = 3$.

Donc $\lim\limits_{x\mapsto -\infty} f(x) = -\infty$, suivant la droite $y = x \mapsto 2x+3$ comme asymptote

4) f est définie sur $\mathbb{R}^*$, $f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{x}$

Regardons donc le signe du numérateur et du dénominateur :

$x \mapsto P(x) = 2x^2 + 3x - 2$: discriminant $\Delta = 9 - 4\times 2\times(-2)$
$= 9 + 16 = 25$

$r_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2\times 2}$ donc $r_1 = 0,5$ et $r_2 = -2$

Le coefficient $a = 2$, on a donc : $P(x)$ négative entre ses racines : $[-2 ; 0,5]$
et positive en dehors : $]-\infty ; -2] \cup [0,5 ; +\infty[$.

INSEE
INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

CONCOURS Externe de Contrôleur

ANNÉE 2026

INDIQUEZ VOTRE NUMÉRO DE CANDIDAT

N°

Note et appréciations du corre

ÉPREUVE de Mathématiques et Statistiques

N.B. – Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie

NOMBRE D'INTERCALAIRES : 2/3

IMPRIMERIE NATIONALE 0 026276 1

(Suite Ex 3 4])

• $Q(x) = x$ est évidemment positive sur $\mathbb{R}+$ et Négative sur $\mathbb{R}-$.

Donc : On fait le tableau de signe de f :

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

x	$-\infty$		-2		0		$0,5$		$+\infty$
$P(x)$		+	0	−		−	0	+	
$Q(x)$		−		−	0	+		+	
$f(x)$		−	0	+	||	−	0	+	

f est positive sur $[-2 ; 0[\cup [0,5 ; +\infty[$

et négative sur $]-\infty ; -2] \cup]0 ; 0,5]$

5] $f(x)$ étant composée de fonctions ordinaires polynomiales, elle est dérivable sur $\mathbb{R}^*$.

$$f(x) = 2x + 3 - \frac{2}{x}$$

$$f'(x) = 2 + 0 - \frac{-2}{x^2}$$

$$f'(x) = 2 + \frac{2}{x^2} = 2\,\frac{x^2+1}{x^2} \text{ sur } \mathbb{R}^*.$$

6] $f'(x) = 2 + \frac{2}{x^2}$ sur $\mathbb{R}^*$. $\forall x \in \mathbb{R}^*$, $x^2 > 0$ donc $\frac{2}{x^2} > 0$

donc $2 + \frac{2}{x^2} > 2 > 0$. Donc f' est positive sur $\mathbb{R}^*$.

Donc on forme le tableau de variation de f :

Les limites ont été calculées en 3]

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	||	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	$+\infty$

7] On prend le point d'abscisse $a = 1$ à la courbe représentative $\mathcal{E}f$.

L'équation de la tangente, ou bien définie, est

$$T_1 = x \mapsto f'(1) \times (x-1) + f(1)$$

$$= x \mapsto \left(2 + \frac{2}{1^2}\right) \times (x-1) + 2 \times 1 + 3 - \frac{2}{1}$$

$$= x \mapsto 4x - 4 + 2 + 3 - 2$$

$$\underline{T_1 = x \mapsto 4x - 1}.$$

8] $f''(x) = 0 + 2 \times \frac{-2}{x^3} = \frac{-4}{x^3}$, est négative sur l'intervalle $\mathbb{R}_+^*$.

Donc f est concave sur l'intervalle $\mathbb{R}_+^*$, donc en dessous de ses tangentes,

donc $\underline{\forall x > 0, \quad f(x) \leq T(x).}$

<u>Sur $\mathbb{R}_-^*$:</u> Pour étudier la position relative de $T(x) = T_1(x)$ et $\mathcal{E}f$, on observe le signe de $x \mapsto T(x) - f(x) = x \mapsto 4x - 1 - 2x - 3 + \frac{2}{x}$

$$= x \mapsto 2x - 4 + \frac{2}{x} = x \mapsto \frac{2x^2 - 4x + 2}{x}$$

<u>Numérateur :</u> $\Delta = 16 - 4 \times 2 \times 2 = 0$.

$r_0 = \frac{4}{2 \times 2} = 1$. Donc comme le coefficient $a = 2 > 0$,

le numérateur est positif sur $\mathbb{R}$, s'annule en 1, et donc positif sur $\mathbb{R}_-^*$.

<u>Dénominateur</u> x est négatif sur $\mathbb{R}_-^*$.

Donc $x \mapsto T(x) - f(x) = x \mapsto \frac{2x^2 - 4x + 2}{x}$ est négative sur $\mathbb{R}_-^*$, donc la Tangente T est inférieure (donc en dessous) de $\mathcal{C}_f$ sur $\mathbb{R}^{*}_{-}$.

(ou $\mathcal{C}_f$ est au dessus de T sur $\mathbb{R}^{*}_{-}$)

9) cf feuille papier millimétré.

10) Par continuité de f sur $\mathbb{R}^*$, cette surface correspond à l'intégrale de f entre $x=2$ et $x=3$.

11) $\text{Aire} = \int_2^3 f(x)\,dx = \int_2^3 (2x+3-\frac{2}{x})\,dx$

$$= [x^2+3x-2\ln(x)]_2^3$$
$$= 9+3\times3-2\ln(3) - 4 - 3\times2 + 2\ln(2)$$
$$= 18-10 - 2\ln(\tfrac{3}{2})$$
$$= 8 - 2\ln(1,5) \simeq 7,19 \text{ Unités d'aire}$$

Exercice 4 : Partie A

1) L'algorithme permet de vérifier si un nombre saisie a est divisible par 14 ou non :

- $b = \frac{a}{14}$.
- $c = q$ ~~...~~ tel que $a = 14\times q + r$, où r est le reste de la division euclidienne de a par 14, et q ce quotient.

Si $b = c$, alors $r=0$, ce qui signifie bien que 14 divise a.

Si $b \neq c$, alors $r \neq 0$, donc 14 ne divise pas a.

2) $a = 175$

↳ . $b = \frac{175}{14} = 12,5$

. $a = 175 = \underset{q}{12}\times14 + \underset{r}{7}$

donc $c = 12$.

3) Faux, car $12,5 \neq 12$.

Partie B :

Affecter à a la valeur 3000.

Affecter à n la valeur 0.

Affecter à l la valeur 2400.

Tant que $l < a$:

  Affecter à n la valeur $n+1$

  Affecter à l la valeur $l \times 1{,}03$

~~Affecter~~

Fin Tant que

Afficher n

Exercice 5 :

1) La population étudiée est celle des 11 filles d'une classe de Seconde sélectionnée.

2) Le critère étudié est la taille de ces filles, évalué en centimètre.

3) L'écart moyen des tailles des filles par rapport à la moyenne de leur taille.

4) La variance reste inconstante et indicative tandis que l'écart-type permet la création d'intervalle de confiance, à 60 %, 95% et 99% à 1, 2 et 3 écarts-type près.

5) On note $t_1, t_2, \dots, t_{11}$ les 11 tailles de ces filles.

$$\text{moyenne } m = \bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_{11}}{11} \simeq 166{,}64 \text{ cm}$$

$$\text{Écart-type } \sigma = \sqrt{\frac{(t_1 - m)^2 + (t_2 - m)^2 + (t_3 - m)^2 + \dots + (t_{11} - m)^2}{11}}$$

$$= 6{,}54 \text{ cm}$$

6) Il suffit de ranger les valeurs par ordre croissant. On en a 11.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
158	158	160	160	167	167	167	172	172	176	176

11 valeurs : La médiane est la 6ème valeur, avec 5 en dessous et 5 au dessus : Med = 167 cm

Quartile 1 : $0{,}25 \times 11 = 2{,}75$, donc Q_1 est la 3ème valeur : $Q_1 = 160$ cm

Quartile 3 : $0{,}75 \times 11 = 8{,}25$, donc Q_3 est 8ème valeur : $Q_3 = 172$ cm

INSEE
INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

CONCOURS Externe de Contrôleur

ANNÉE 2026

INDIQUEZ VOTRE NUMÉRO DE CANDIDAT

N°

Note et appréciations du corr

ÉPREUVE

de Mathématiques et Statistiques

N.B. – Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie

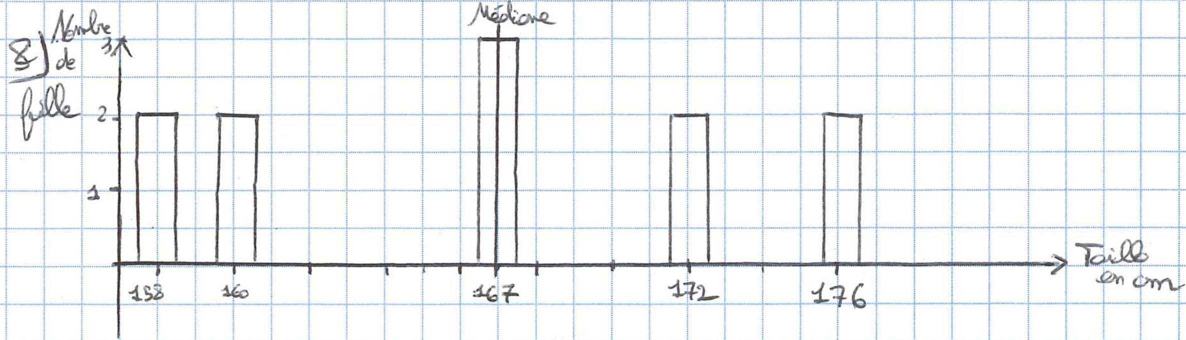
NOMBRE D'INTERCALAIRES : 3/3

IMPRIMERIE NATIONALE 7 170055 GFF

(Suite Ex 5)

7) Écart-Interquartile $= Q_3 - Q_1 = 172 - 160 = 12\text{cm}$

8)

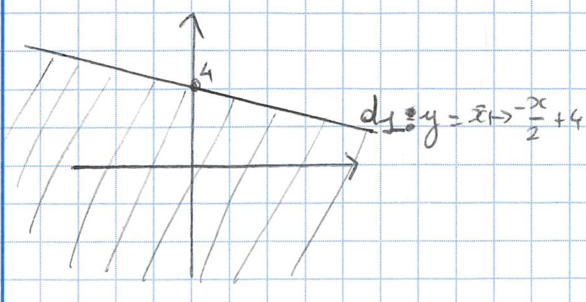


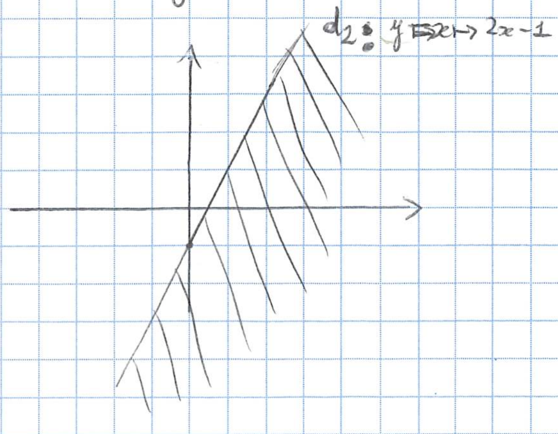
Exercice 6 :

1) $\begin{cases} (1)\ x + 2y \leq 8 \\ (2)\ 2x - y \geq 1 \\ (3)\ x - y \leq 3 \end{cases}$

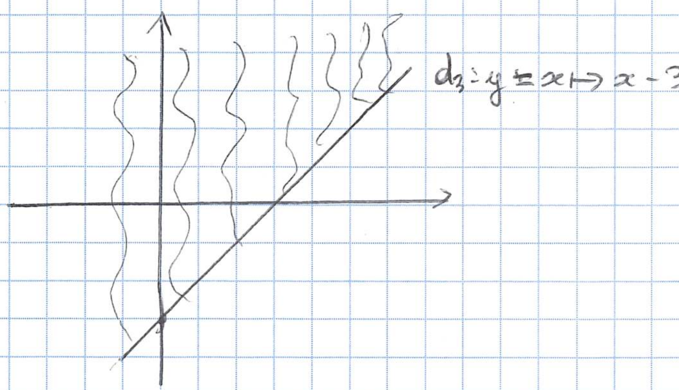
$(1) \Leftrightarrow y \leq -\frac{x}{2} + 4$

$(2) \Leftrightarrow y \leq 2x - 1$

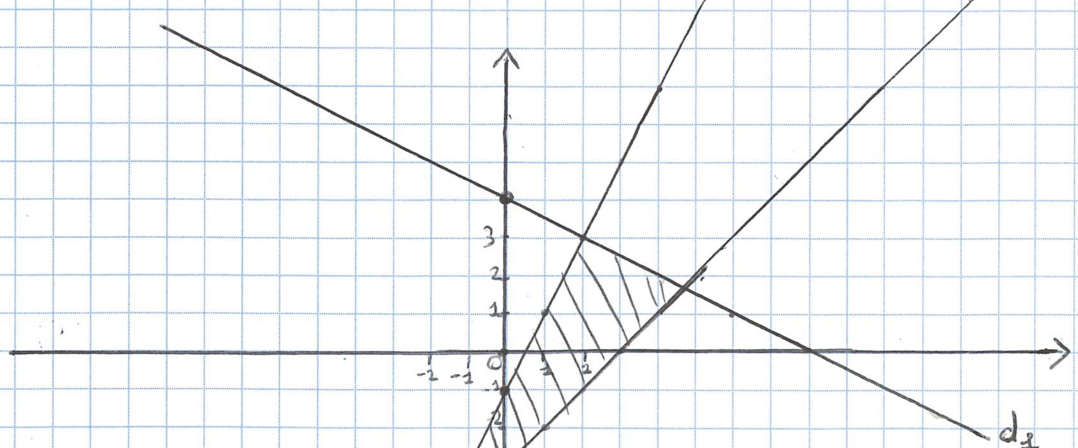




$(3) \Leftrightarrow y \geqslant x - 3$



On associe donc les
trois ~~espaces~~ de Solutions de (1), (2) et (3) :
Sous d_1 et d_2 et au-dessus de d_3.



2) Les sommets du domaine correspondent aux croisements des 3 droites prises 2 par 2 et forment les sommets de ce triangle :

(1) et (2) : $\begin{cases} y = -\frac{x}{2} + 4 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{x}{2} + 4 \\ 5y = 0 - 1 + 16 \end{cases} \; +4\times \quad \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{x}{2} + 4 \\ y = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -\frac{x}{2} \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

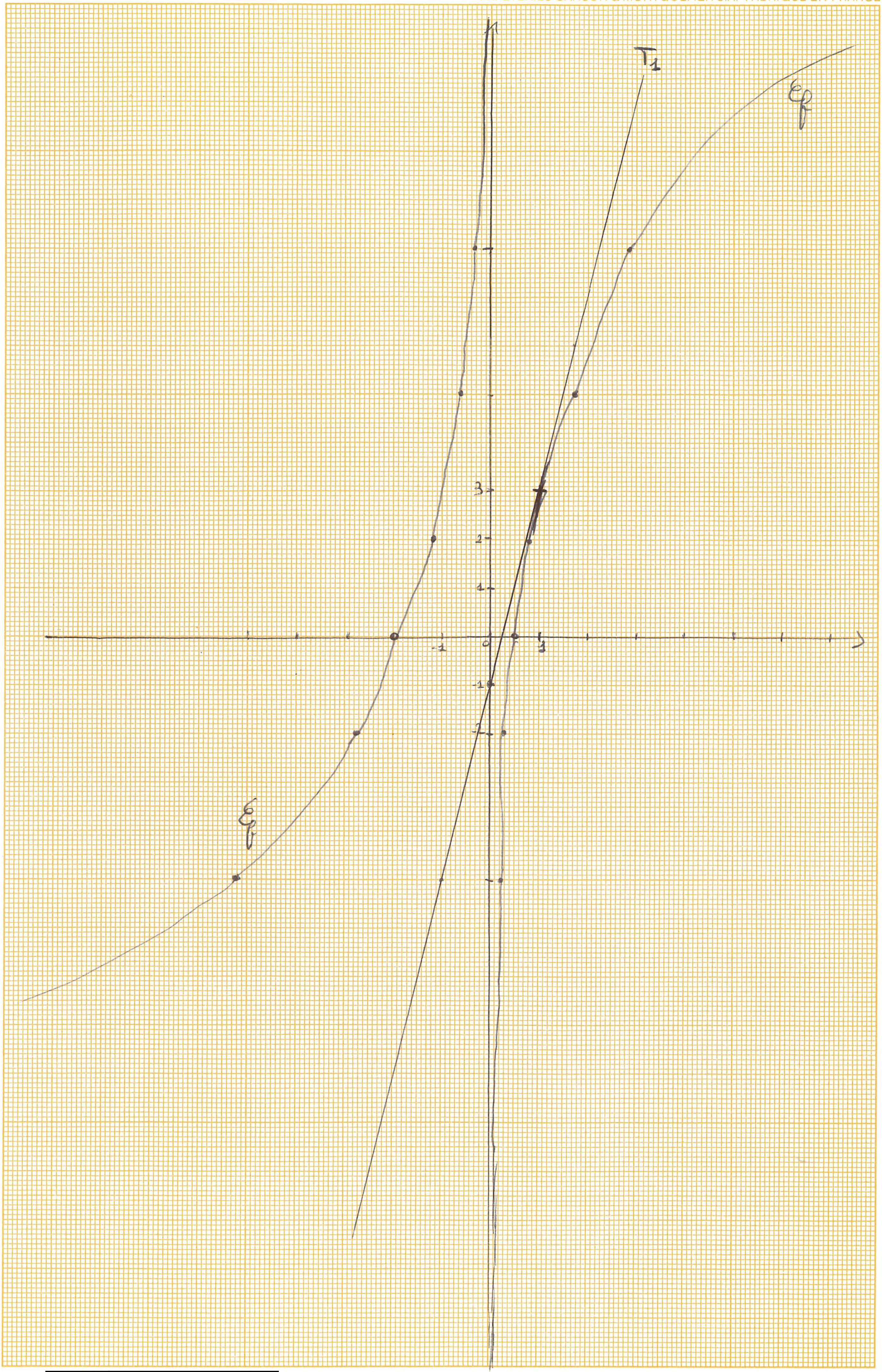
(1) et (3) $\begin{cases} y = -\frac{x}{2} + 4 \\ y = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-x}{2} + 4 \\ 3y = -3 + 8 \end{cases} \; +2\times \quad \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-x}{2} + 4 \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-7}{3} = \frac{-x}{2} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$

(2) et (3) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x - 3 \end{cases} \; -2\times \Leftrightarrow \begin{cases} -y = -1 + 6 \\ y = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ y = x - 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ -2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -5 \end{cases}$

Les 3 sommets de ce domaine sont de coordonnées $(2;3)$, $\left(\frac{14}{3};\frac{5}{3}\right)$ et $(-2;-5)$.



[redacted] Exercice 3 . 9)