

# Effet de la réforme de l'APA à domicile de 2015 sur les plans d'aide notifiés aux bénéficiaires

Louis Arnault et Jérôme Wittwer  
*Annexe en ligne / Online Appendix*

---

## C1 – Régressions quantiles censurées en trois étapes

---

Cette annexe adapte une description de l'estimateur de la régression quantile censurée en trois étapes proposée par Fack & Landais (2009)<sup>1</sup>.

Le montant du plan d'aide proposé par l'EMS est une variable aléatoire  $M^*$ , de fonction de répartition  $F_{M^*}$ . Le quantile d'ordre  $\tau$  est tel que  $P(M \leq Q_M(\tau)) = \tau$ . La régression quantile exprime un quantile de la distribution du montant  $M^*$  comme une fonction linéaire des variables explicatives  $Z = \{Z_1, \dots, Z_K\}$ . Le  $\tau^e$  quantile de la distribution de  $M^*$  peut ainsi s'écrire de la manière suivante :

$$Q_{M^*|Z}(\tau) = Z' \beta(\tau)$$

Le vecteur de paramètres  $\beta$  varie en fonction du quantile  $\tau$  de la distribution que l'on cherche à estimer. L'impact de la variable  $Z_k$  sur la distribution de  $M^*$  est donné par la manière dont le paramètre  $\beta_k$  varie avec  $\tau$ . Si  $\beta_k$  est croissant en  $\tau$ , alors la variable  $Z_k$  a un effet plus fort sur les montants élevés que sur les montants faibles. L'estimation du vecteur de paramètres  $\beta$  est obtenue par optimisation linéaire. Nous n'observons pas directement  $M^*$ , à cause de la censure des montants au plafond  $\bar{M}$ , mais uniquement la variable  $M$ , avec  $M = M^*$  si  $M^* < \bar{M}$  et  $M = \bar{M}$  sinon. De ce fait, le quantile (conditionnel) de la distribution de  $M$  est une fonction semi-linéaire, et non plus linéaire, du vecteur de variables  $Z$ . Le modèle de régression quantile censurée a donc la forme suivante :

$$Q_{M|Z}(\tau) = \min(Z' \beta(\tau), \bar{M})$$

La différence avec les régressions quantiles non censurées est la présence de contraintes semi-linéaires (et non plus linéaires), dues au fait que, pour certaines valeurs de  $Z$ , le  $\tau^e$  quantile de la distribution de  $M^*$  peut se trouver supérieur au point de censure, et que sa valeur, censurée à  $\bar{M}$ , n'est pas observée. L'estimateur en trois étapes proposé par Chernozhukov & Hong (2002)<sup>2</sup> permet de se ramener à l'estimation de régressions quantiles classiques et facilite ainsi l'estimation du modèle.

### *Première étape*

Elle consiste à sélectionner un ensemble d'observations pour lesquelles le quantile  $Q_{M^*|Z}(\tau)$  que l'on cherche à estimer est dans la partie non censurée de la distribution. Pour ce faire, il suffit d'estimer un modèle de probabilité d'être « au plafond » :

$$h(Z) = P(M^* \geq \bar{M} | Z)$$

et de sélectionner toutes les observations pour lesquelles  $h(Z) < 1 - \tau$ . Intuitivement, cela revient à dire que, parmi les observations sélectionnées, la part des observations censurées est inférieure à  $1 - \tau$ . Le  $\tau^e$  quantile de la distribution de  $M$  est donc bien inférieur à  $\bar{M}$  pour ces observations. Dans notre étude, un modèle de probabilité linéaire est utilisé pour estimer  $h(Z)$ , en mobilisant le même ensemble de variables explicatives  $Z = \{X_{ijt}; j; t\}$  que celui utilisé ensuite. Le modèle de probabilité linéaire a été choisi dans cette première étape (plutôt qu'une régression logistique ou un modèle Probit) afin de pouvoir inclure également les observations appartenant aux départements où, pour un GIR donné, l'intégralité ou la quasi-intégralité des montants de plans notifiés n'atteignent pas le plafond. Les résultats de ces modèles de première étape sont disponibles sur demande.

Comme la spécification du modèle pour  $h(Z)$  prédit de façon imparfaite le fait d'être au plafond, l'intégralité des observations telles que  $\bar{h}(Z) < 1 - \tau$  n'est pas sélectionnée mais uniquement les observations telles que  $\bar{h}(Z) < 1 - (\tau + c)$ , où  $\bar{h}(Z)$  désigne la probabilité prédite par le modèle et  $c$  est une constante permettant d'éliminer certaines observations que le biais de spécification pourrait conduire à sélectionner à tort. Nous choisissons une constante  $c$  égale à 0.05.

---

<sup>1</sup> Fack, G. & Landais, C. (2009). *Les incitations fiscales aux dons sont-elles efficaces ?* *Économie et Statistique*, 427, 101–121. <https://doi.org/10.3406/estat.2009.8055>

<sup>2</sup> Chernozhukov, V. & Hong, H. (2002). *Three-Step Censored Quantile Regression and Extramarital Affairs*. *Journal of the American Statistical Association*, 97, 872–882. <https://doi.org/10.1198/016214502388618663>

# Effet de la réforme de l'APA à domicile de 2015 sur les plans d'aide notifiés aux bénéficiaires

Louis Arnault et Jérôme Wittwer

*Annexe en ligne / Online Appendix*

Pour  $\tau = 0.5$  (médiane), en appliquant la règle  $\widehat{h}(Z) < 1 - (\tau + c)$ , avec  $c=0.05$ , les parts d'observations censurées parmi les observations sélectionnées à l'issue de cette première étape valent respectivement 3.2 % pour les GIR 4, 17.3 % pour les GIR 3, 25.6 % pour les GIR 2 et 47.8 % pour les GIR 1. Elles restent bien toutes strictement inférieures à  $1 - \tau = 0.5$ .

## *Deuxième étape*

Les observations sélectionnées au cours de la première étape garantissant que le  $\tau^e$  quantile de la distribution de  $M$  se situe en-dessous du point de censure, on peut estimer une régression quantile classique sur l'ensemble des observations sélectionnées :

$$Q_{M|Z}(\tau) = Z' \beta_0(\tau)$$

L'estimateur  $\widehat{\beta}_0$  ainsi obtenu est non biaisé. Néanmoins, dans la première étape, le plus grand ensemble possible d'observations telles que le  $\tau^e$  quantile de la distribution de  $M$  soit en dessous du point de censure ( $h(Z) < 1 - \tau$ ) n'a pas été nécessairement sélectionné, mais seulement un sous-ensemble d'observations satisfaisant cette condition. L'estimateur  $\widehat{\beta}_0$  obtenu dans la deuxième étape, bien que non biaisé, n'est donc pas efficace. Comme  $\widehat{\beta}_0$  est non biaisé, toutes les observations telles que  $Z' \widehat{\beta}_0(\tau) < \bar{M}$  satisfont la condition garantissant que le quantile d'intérêt est bien sous le point de censure :  $Z' \beta(\tau) = Q_{M|Z}(\tau) < \bar{M}$ . Pour terminer cette deuxième étape, toutes les observations telles que  $Z' \widehat{\beta}_0(\tau) < \bar{M}$  sont donc sélectionnées.

## *Troisième étape*

Elle consiste à estimer une régression quantile classique sur l'ensemble des observations sélectionnées dans la deuxième étape :

$$Q_{M|Z}(\tau) = Z' \beta_1(\tau)$$

Nous obtenons ainsi un estimateur sans biais et de variance minimale  $\widehat{\beta}_1$  de  $\beta$ .

## Effet de la réforme de l'APA à domicile de 2015 sur les plans d'aide notifiés aux bénéficiaires

Louis Arnault et Jérôme Wittwer  
Annexe en ligne / Online Appendix

### C2 – Estimations par sous-groupes de départements, selon la part de bénéficiaires en GIR 1 ou 2 en 2015 et le potentiel fiscal par habitant en 2017

Tableau C2-1 – Effets associés à l'année 2017 dans les modèles Tobit et les régressions quantiles par GIR : estimation par sous-échantillons, selon la part de bénéficiaires en GIR 1 ou 2 dans le département

| GIR | Échantillon de départements             | Tobit             | Régression quantile (Q= ...) |                   |                   |                   |                   |                   |                   |                  |
|-----|-----------------------------------------|-------------------|------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
|     |                                         | Effet moyen       | 10                           | 20                | 30                | 40                | 50                | 60                | 70                | 80               |
| 4   | Part de GIR 1-2 inférieure à la moyenne | 1.0<br>(1.1)      | -10.3***<br>(1.0)            | -11.0***<br>(1.0) | -10.1***<br>(1.2) | -10.2***<br>(1.3) | -7.2***<br>(1.6)  | -3.0*<br>(1.7)    | 4.2**<br>(1.8)    | 15.5***<br>(1.9) |
|     | Part de GIR 1-2 supérieure à la moyenne | -17.3***<br>(1.0) | -21.1***<br>(1.0)            | -25.2***<br>(1.1) | -26.3***<br>(1.3) | -28.0***<br>(1.4) | -28.0***<br>(1.2) | -26.8***<br>(1.6) | -16.3***<br>(1.5) | -4.1**<br>(1.6)  |
| 3   | Part de GIR 1-2 inférieure à la moyenne | 28.4***<br>(3.8)  | -13.6**<br>(4.2)             | -5.9<br>(3.8)     | 4.7<br>(4.7)      | 19.8***<br>(5.0)  | 31.9***<br>(5.4)  | 41.8***<br>(5.1)  | 48.5***<br>(6.3)  |                  |
|     | Part de GIR 1-2 supérieure à la moyenne | 6.4**<br>(3.1)    | -27.4***<br>(3.4)            | -23.7***<br>(4.2) | -19.1***<br>(4.5) | -7.9*<br>(4.1)    | 5.5<br>(4.2)      | 22.2***<br>(4.3)  | 72.9***<br>(3.3)  |                  |
| 2   | Part de GIR 1-2 inférieure à la moyenne | 43.2***<br>(6.7)  | -30.7***<br>(6.1)            | -9.1<br>(8.3)     | 15.9**<br>(7.5)   | 31.1***<br>(9.1)  | 47.5***<br>(9.6)  | 63.5***<br>(10.6) |                   |                  |
|     | Part de GIR 1-2 supérieure à la moyenne | 51.7***<br>(5.2)  | -20.1***<br>(6.0)            | 4.3<br>(7.5)      | 23.2**<br>(7.3)   | 55.2***<br>(7.6)  | 81.8***<br>(6.9)  | 124.6***<br>(5.7) |                   |                  |
| 1   | Part de GIR 1-2 inférieure à la moyenne | 53.7*<br>(30.6)   | -10.5<br>(42.8)              | -24.6<br>(39.7)   | 25.8<br>(46.7)    | 39.2<br>(53.8)    | 56.0<br>(50.8)    |                   |                   |                  |
|     | Part de GIR 1-2 supérieure à la moyenne | 53.5**<br>(22.2)  | -34.7<br>(38.7)              | -9.4<br>(34.0)    | 26.9<br>(28.3)    | 89.0**<br>(27.4)  | 96.6***<br>(25.6) |                   |                   |                  |

Note : la part moyenne de bénéficiaires en GIR 1 ou 2 considérée vaut 18.6 % : il s'agit d'une moyenne non pondérée calculée sur les 100 départements français (hors Mayotte) pour lesquels la valeur en 2015 est connue. Parmi les 56 départements ayant participé aux Remontées Individuelles APA-ASH 2011 et 2017, 28 départements ont une part inférieure à la moyenne, et 28 ont une part supérieure à la moyenne. Les erreurs-types sont présentées entre parenthèses. \* p < 0.10 ; \*\* p < 0.05 ; \*\*\* p < 0.001.

Lecture : dans les départements où la part de bénéficiaires en GIR 1 ou 2 est inférieure à la moyenne, les EMS proposent à un bénéficiaire en GIR 4 un montant de plan notifié valant 1.0€ de plus en 2017 qu'en 2011 en moyenne, toutes choses égales par ailleurs. Source : DREES, Remontées Individuelles APA-ASH 2011 et 2017, Enquête Aide sociale 2015 pour les parts de bénéficiaires de l'APA à domicile en GIR 1 ou 2.

## Effet de la réforme de l'APA à domicile de 2015 sur les plans d'aide notifiés aux bénéficiaires

Louis Arnault et Jérôme Wittwer  
Annexe en ligne / Online Appendix

### C3 – Tests de robustesse

Tableau C3-1 – Robustesse des effets associés à l'année 2017 dans les modèles Tobit et les régressions quantiles par GIR : estimation sur l'échantillon des bénéficiaires aux ressources inférieures à 739.80 €

| GIR | Échantillon                      | Tobit            | Régression quantile (Q= ...) |                   |                   |                   |                   |                   |                   |                  |
|-----|----------------------------------|------------------|------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
|     |                                  | Effet moyen      | 10                           | 20                | 30                | 40                | 50                | 60                | 70                | 80               |
| 4   | Complet                          | -9.1***<br>(0.8) | -16.3***<br>(0.7)            | -18.8***<br>(0.8) | -19.0***<br>(1.0) | -19.6***<br>(1.0) | -18.3***<br>(0.8) | -16.1***<br>(1.2) | -6.0***<br>(1.2)  | 8.5***<br>(1.4)  |
|     | Ressources modestes (Robustesse) | -7.1**<br>(2.2)  | -20.6***<br>(2.2)            | -15.6***<br>(2.2) | -17.2***<br>(3.4) | -17.9***<br>(2.9) | -14.2***<br>(3.3) | -12.1**<br>(3.7)  | 7.1**<br>(3.5)    | 23.1***<br>(4.0) |
| 3   | Complet                          | 15.3***<br>(2.4) | -21.2***<br>(2.5)            | -16.5***<br>(3.4) | -8.8**<br>(3.1)   | 3.5<br>(3.4)      | 16.3***<br>(2.5)  | 28.2***<br>(3.6)  | 66.5***<br>(3.1)  |                  |
|     | Ressources modestes (Robustesse) | 14.4**<br>(6.8)  | -29.0**<br>(10.3)            | -18.6*<br>(9.6)   | -7.1<br>(9.3)     | 9.1<br>(8.6)      | 26.2**<br>(9.4)   | 28.2***<br>(7.5)  | 90.7***<br>(10.9) |                  |
| 2   | Complet                          | 48.8***<br>(4.1) | -24.5***<br>(5.1)            | -1.0<br>(4.2)     | 19.1***<br>(4.8)  | 45.7***<br>(5.5)  | 71.9***<br>(6.0)  | 99.7***<br>(5.7)  |                   |                  |
|     | Ressources modestes (Robustesse) | 38.6**<br>(11.9) | -47.3**<br>(20.4)            | -39.0**<br>(17.1) | 11.1<br>(17.2)    | 43.1**<br>(14.5)  | 72.9***<br>(11.8) | 97.1***<br>(16.3) |                   |                  |
| 1   | Complet                          | 55.8**<br>(18.0) | -30.6<br>(28.1)              | -7.9<br>(27.2)    | 37.1<br>(23.2)    | 71.0**<br>(22.8)  | 84.6***<br>(25.5) |                   |                   |                  |
|     | Ressources modestes (Robustesse) | 69.7<br>(45.3)   | nd                           | nd                | nd                | nd                | nd                |                   |                   |                  |

Note : les erreurs-types sont présentées entre parenthèses. \* p < 0.10, \*\* p < 0.05, \*\*\* p < 0.001. nd pour non disponible.

Lecture : au sein du sous-échantillon de bénéficiaires en GIR 4 dont les ressources mensuelles sont inférieures à 739.80 €, les EMS proposent un montant de plan notifié valant 7.1 € de moins en 2017 qu'en 2011 en moyenne, toutes choses égales par ailleurs.

Source et champ : DREES, Remontées Individuelles APA-ASH 2011 et 2017, bénéficiaires de l'APA à domicile en France métropolitaine et DROM (hors Mayotte) en 2011 et 2017, dont les droits ont ouvert après le 1<sup>er</sup> juin de l'année N-1, qui vivent dans l'un des 56 départements ayant participé aux Remontées Individuelles APA-ASH 2011 et 2017 (modèle complet) et dont le niveau de ressources est inférieur à 739.80 € (robustesse).