Concours externe d'administrateur de l'Institut national de la statistique et des études économiques

Session 2025

Épreuve de mathématiques

Durée: 4 heures

Le sujet comporte 8 pages y compris celle-ci.

- Tous documents et appareils électroniques interdits.

- L'épreuve est constituée de deux parties indépendantes, chacune comptant pour la moitié de la note finale. Chaque partie contient plusieurs exercices ou problèmes indépendants. À l'intérieur de chaque exercice ou problème, certaines questions sont indépendantes. Le résultat d'une question peut être admis pour répondre aux suivantes.

- Il sera tenu compte de la présentation, de la pertinence et de la clarté des justifications.

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il la signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il sera amené à prendre.

- Le candidat ne doit porter aucun signe distinctif sur les copies : pas de signature, nom, grade, même fictifs.

- Les épreuves sont d'une durée limitée. Aucun brouillon ne sera accepté, la gestion du temps faisant partie intégrante des épreuves.

Partie 1: analyse et algèbre.

Problème.

Notations.

Dans tout le problème,
• n désigne un entier naturel non nul.
• $\mathbb{R}_n[X]$ désigne le $\mathbb{R}$-espace vectoriel des polynômes à coefficients réels, de degré inférieur ou égal à n.
• $\mathcal{B}$ désigne la base canonique de $\mathbb{R}_n[X]$.
• Un polynôme est dit unitaire si le coefficient de son monôme de plus haut degré est égal à 1 .
• Si a et b sont deux entiers tels que $a \leq b$, $\llbracket a, b \rrbracket$ désigne l'ensemble des entiers k tels que $a \leq k \leq b$.

Préliminaire.

1. **Question de cours.** Énoncer et démontrer la formule d'intégration par parties.

2. **Question de cours.** Énoncer et démontrer la formule de Leibniz donnant la dérivée n-ième d'un produit de deux fonctions n fois dérivables.

3. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $a < b$.

   Soit $k \in \mathbb{N}^*$. Soient f et g deux fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ sur $[a, b]$.
   Pour tout $i \in \llbracket 0, k \rrbracket$, $f^{(i)}$ (resp. $g^{(i)}$) désigne la dérivée i-ième de f (resp. de g).
   Montrer que

$$\int_a^b f(t) g^{(k)}(t) \mathrm{d}t = \left[\sum_{j=0}^{k-1} (-1)^j f^{(j)}(t) g^{(k-j-1)}(t) \right]_a^b + (-1)^k \int_a^b f^{(k)}(t) g(t) \mathrm{d}t$$

I - Étude d'une application.

On note φ l'application qui, à tout polynôme P de $\mathbb{R}_n[X]$, associe le polynôme $\varphi(P) = Q$ défini par

$$Q(X) = (X-1)P'(X) - XP''(X).$$

1. (a) Montrer que φ est un endomorphisme de $\mathbb{R}_n[X]$.
   (b) Écrire la matrice représentative de φ dans la base canonique de $\mathbb{R}_n[X]$.
   (c) Montrer que l'endomorphisme φ est diagonalisable.
   Déterminer ses valeurs propres et la dimension des sous-espaces propres associés.

2. (a) Pour tout k élément de $\llbracket 0, n \rrbracket$, justifier l'existence d'un unique polynôme unitaire, que l'on notera L_k, tel que $\varphi(L_k) = kL_k$. Déterminer le degré de ce polynôme L_k.
   (b) Expliciter L_0.

   Dans la suite de cette partie, k est un élément de $\llbracket 0, n \rrbracket$.

   On note $L_k = \sum_{i=0}^{k} a_i X^i$, avec $a_k = 1$ et $(a_0, \ldots, a_{k-1}) \in \mathbb{R}^k$.

   (c) Soit $k \in \mathbb{N}^*$. Soit $i \in \llbracket 0, k-1 \rrbracket$. Montrer que

$$(k-i)a_i = -(i+1)^2 a_{i+1}.$$

   (d) En déduire, pour tout $i \in \llbracket 0, k \rrbracket$, l'expression de a_i en fonction de i, de k et de $\binom{k}{i}$.

3. Pour tout $k \in \mathbb{N}$, on note f_k la fonction réelle définie par $f_k : x \mapsto x^k e^{-x}$.
   (a) Tracer la courbe représentative sur $\mathbb{R}$ des fonctions f_0 et f_1.
   (b) Soit $k \in \mathbb{N}^*$. Soit $i \in [\![0, k-1]\!]$. Calculer $f_k^{(i)}(0)$.
   (c) Montrer que
$$\forall\, k \in [\![0, n]\!], \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad L_k(x) = (-1)^k e^x f_k^{(k)}(x)$$

II - Étude d'un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$.

1. (a) Soit $(P, Q) \in (\mathbb{R}_n[X])^2$. Vérifier que l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-x} P(x)Q(x)\mathrm{d}x$ est convergente.
   (b) Pour tout $(P, Q) \in (\mathbb{R}_n[X])^2$, on pose :
$$\Psi(P, Q) = \int_0^{+\infty} e^{-x} P(x)Q(x)\mathrm{d}x.$$
   Montrer que Ψ définit un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$.

Pour tout $(P, Q) \in (\mathbb{R}_n[X])^2$, on notera désormais
$$\langle P, Q\rangle = \Psi(P, Q) \qquad \text{et} \qquad ||P|| = \sqrt{\Psi(P, P)}.$$

2. (a) Soit $i \in [\![0, n]\!]$. Soit $k \in [\![1, n]\!]$. Montrer que
$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad \int_0^x L_i(t) f_k^{(k)}(t)\mathrm{d}t = \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^j L_i^{(j)}(x) f_k^{(k-j-1)}(x) + (-1)^k \int_0^x L_i^{(k)}(t) f_k(t)\mathrm{d}t.$$
   (b) Soit $(i, k) \in [\![0, n]\!]^2$. Montrer que
$$\int_0^{+\infty} L_i(t)L_k(t)e^{-t}\,\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} L_i^{(k)}(t) f_k(t)\mathrm{d}t.$$
   (c) Soit $(i, k) \in [\![0, n]\!]^2$ tels que $i < k$. Calculer $\langle L_i, L_k\rangle$.
   (d) Soit $k \in [\![0, n]\!]$. Déterminer la norme de L_k.
   (e) Déduire de ce qui précède une base orthonormale $\mathcal{C}$ de $\mathbb{R}_n[X]$.

III - Étude des racines de L_n.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Si l'on note $x_1, \ldots, x_p$ les racines positives, d'ordre de multiplicité impair de L_n, on pose
$$R(X) = \prod_{j=1}^{p} (X - x_j).$$
Dans cette écriture, les réels x_j sont deux à deux distincts.
Si L_n n'a pas de racine d'ordre impair dans $\mathbb{R}^+$, on convient de poser $R(X) = 1$.

1. (a) Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
   (b) Déterminer le signe de RL_n sur $\mathbb{R}^+$.
2. On suppose, dans cette question seulement, que $p < n$.
   (a) Calculer $\langle R, L_n\rangle$.
   (b) Montrer que RL_n est le polynôme nul.
3. (a) Montrer que $p = n$.
   (b) En déduire le nombre de racines de L_n dans $\mathbb{R}^+$. Préciser l'ordre de multiplicité de ces racines.

Exercice.

Dans cet exercice, on note :
• $\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$.
• $\mathcal{C}^0(\mathbb{R},\mathbb{R})$ l'ensemble des fonctions de $\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ continues sur $\mathbb{R}$.
• $\mathcal{D}^1(\mathbb{R},\mathbb{R})$ l'ensemble des fonctions de $\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ dérivables sur $\mathbb{R}$.

Partie I.

Soit f un élément de $\mathcal{D}^1(\mathbb{R},\mathbb{R})$. Soient a et b deux réels tels que :

$$\begin{cases} a < b \\ f'(a) < f'(b) \end{cases}$$

1. On suppose que $f'(a) < 0 < f'(b)$.
   (a) Montrer que f possède un minimum en un point $c \in]a, b[$.
   (b) Calculer $f'(c)$.
2. Soit $y \in \mathbb{R}$ tel que $f'(a) < y < f'(b)$. Montrer qu'il existe $d \in]a, b[$ tel que $y = f'(d)$.

Partie II.

On pose :

$$\mathcal{H} = \left\{ f' \text{ tel que } f \in \mathcal{D}^1(\mathbb{R},\mathbb{R}) \right\}.$$

1. L'ensemble $\mathcal{H}$ est-il un sous-espace vectoriel de $\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$? Justifier.
2. Soit f un élément de $\mathcal{H}$. Soit λ un réel. On pose :
$$g : \begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & f(\lambda x) \end{cases}$$
   A-t-on $g \in \mathcal{H}$? Justifier.
3. Soit
$$f : \begin{cases} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} 1 & \text{si} & x > 0 \\ -1 & \text{si} & x < 0 \\ 0 & \text{sinon} & \end{cases} \end{cases}$$
   Déterminer $f(\mathbb{R})$. La fonction f appartient-elle à $\mathcal{H}$?
4. Soit
$$f : \begin{cases} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} \arctan(x) & \text{si } x \geq 0 \\ \dfrac{\pi}{2} + \arctan(x) & \text{sinon} \end{cases} \end{cases}$$
   Déterminer $f\left(\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]\right)$. La fonction f appartient-elle à $\mathcal{H}$?
5. On pose :
$$\varphi : \begin{cases} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} x^2 \sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{cases}$$
   (a) Montrer que φ est continue sur $\mathbb{R}$.
   (b) Montrer que φ est dérivable sur $\mathbb{R}$. On donnera l'expression de φ' sur $\mathbb{R}$.

(c) La fonction φ est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$? Justifier.

6. A-t-on l'égalité des ensembles $\mathcal{C}^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ et $\mathcal{H}$? Justifier.

7. Soit n un entier naturel non nul. On note $[\![0, n]\!]$ l'ensemble des entiers k tels que $0 \leq k \leq n$.
A l'aide de l'application φ introduite à la question 5, construire une application Φ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que Φ' est continue sur $\mathbb{R} \backslash [\![0, n]\!]$ et discontinue en tout élément de $[\![0, n]\!]$.

Partie 2 : probabilités et statistiques.

Notations:

$\mathbb{E}[X]$ et $\mathbb{V}(X)$ représentent respectivement l'espérance et la variance d'une variable aléatoire réelle X, lorsque ces quantités existent. cov(X, Y) est la covariance des variables aléatoires X et Y.

Exercice 1.

Dans tout cet exercice, n est un entier naturel non nul. Toutes les variables aléatoires sont définies sur un même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.
$\log_2$ représente le logarithme de base 2 et est défini, pour tout $x > 0$, par

$$\log_2(x) = \frac{\ln x}{\ln 2}. \tag{1}$$

On considère une variable aléatoire discrète X à support dans $\mathbb{N}$. Le cardinal de $X(\Omega)$ peut être fini ou non. On définit l'entropie de X, lorsqu'elle existe, par la formule

$$H(X) = -\sum_{x \in X(\Omega)} \mathbb{P}[X = x] \log_2 \mathbb{P}[X = x]. \tag{2}$$

1. Démontrer que pour tout $x > 0$, $\ln x \leq x - 1$ et préciser les cas d'égalité.

2. Soit ϕ la fonction définie sur $[0, 1]$ par $\phi(x) = -x \log_2(x)$ si $x > 0$ et $\phi(0) = 0$. Effectuer l'étude de cette fonction en précisant sa monotonie et ses *extrema*. Démontrer que ϕ est concave, puis donner l'allure de sa courbe représentative.

Dans les questions 3° à 10°, on suppose $X(\Omega)$ et $Y(\Omega)$ de cardinaux finis.

3. Démontrer que, quel que soit X, $H(X) \geq 0$. À quelle condition sur X a-t-on $H(X) = 0$?

Soit X une variable aléatoire de Bernoulli de paramètre $p \in]0, 1[$.

4. a. Calculer $H(X)$.

4. b. $H(X)$ est une fonction de p que l'on notera h. Effectuer l'étude de h.

4. c. En quelle valeur h atteint-elle son maximum ? Interpréter le résultat.

5. Déterminer $H(X)$ lorsque X est une variable aléatoire de loi uniforme sur $X(\Omega) = \{1, ..., n\}$.

6. À l'aide de la question 1°, démontrer l'inégalité de Gibbs : si $(p_1, ..., p_n)$ et $(q_1, ..., q_n)$ sont des lois de probabilités à support dans $\{1, ..., n\}$ alors

$$\sum_{k=1}^{n} p_k \log_2(q_k/p_k) \leq 0. \tag{3}$$

7. Démontrer que pour toute variable aléatoire X sur $\{1, ..., n\}$, $H(X) \leq \log_2 n$. Interpréter ce résultat.

8. L'entropie conjointe de deux variables aléatoires X et Y se définit par la formule

$$H(X, Y) = -\sum_{(x,y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)} \mathbb{P}[X = x, Y = y] \log_2 \mathbb{P}[X = x, Y = y]. \tag{4}$$

Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes, démontrer que $H(X, Y) = H(X) + H(Y)$.

9. a. Les variables X et Y ne sont plus supposées indépendantes. On définit l'entropie conditionnelle de Y sachant X par la formule

$$H(Y|X) = -\sum_{(x,y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)} \mathbb{P}[X = x, Y = y] \log_2 \mathbb{P}[Y = y | X = x]. \tag{5}$$

Démontrer que

$$H(X,Y) = H(Y|X) + H(X) = H(X|Y) + H(Y). \tag{6}$$

9. b. Démontrer que $H(X) + H(Y) \leq 2H(X,Y)$.

9. c. En utilisant la concavité de ϕ, démontrer que

$$H(X) \geq H(X|Y). \tag{7}$$

En déduire que $H(Y) \geq H(Y|X)$.

9. d. Démontrer que $H(X,Y) \leq H(X) + H(Y)$.

10. a. Pour toute fonction f définie sur $X(\Omega)$, démontrer que $H(f(X)|X) = 0$.

10. b. Démontrer que $H(X) \geq H(f(X))$.

On suppose maintenant $X(\Omega)$ de cardinal infini. On admet que si $\mathbb{E}[X] < \infty$ alors $H(X)$ existe. On admet également que l'inégalité de Gibbs s'étend au cas où $X(\Omega)$ est dénombrable, sous réserve de convergence de la somme.

11. a. Calculer l'entropie d'une variable aléatoire G de loi géométrique de paramètre $p \in]0,1[$, en justifiant son existence.

11. b. Montrer que pour toute variable aléatoire X discrète telle que $\mathbb{E}[X] \leq \mathbb{E}[G]$, on a $H(X) \leq H(G)$.

On considère maintenant que $X(\Omega)$ est un intervalle de $\mathbb{R}$ et X une variable aléatoire à densité continue f sur $X(\Omega)$. On définit l'entropie différentielle de X, sous réserve d'existence, par la formule :

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ln(f(x))dx. \tag{8}$$

12. a. Calculer l'entropie différentielle d'une variable aléatoire X de loi uniforme sur $[a,b]$.

12. b. Calculer l'entropie différentielle d'une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(m,\sigma^2)$.

13. a. Soit X suivant une loi $\mathcal{N}(0,\sigma^2)$ dont la densité sera notée ψ et soit Y une variable aléatoire réelle, centrée, de variance finie σ^2, dont la densité sera notée f. En supposant les deux intégrales suivantes convergentes, démontrer que

$$H(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ln\frac{\psi(x)}{f(x)}dx - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ln\psi(x)dx. \tag{9}$$

13. b. En déduire que $H(Y) \leq H(X)$. Interpréter ce résultat.

Exercice 2

Dans tout cet exercice, n est un entier naturel non nul. Soient $\theta \geq 0$, $\beta > 0$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta}e^{-\frac{x-\theta}{\beta}} & \text{si } x \geq \theta, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{10}$$

Soit $(X_1, ..., X_n)$ un n-uplet de variables aléatoires réelles mutuellement indépendantes et identiquement distribuées, dont la loi a pour densité f.

1. Vérifier que f est une densité d'une loi de probabilité.

2. Calculer $\mathbb{E}[X_1]$ et $\mathbb{V}(X_1)$ en justifiant leur existence.

3. On pose $Y_n = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$. Déterminer une densité de Y_n. Calculer son espérance et sa variance.

4. Y_n est-il un estimateur sans biais de θ ? Asymptotiquement sans biais ?

5. a. Déduire des questions précédentes l'erreur quadratique moyenne $\mathbb{E}\left[(Y_n-\theta)^2\right]$.

5. b. La suite $(Y_n)_n$ converge-t-elle dans L^2 ? En probabilité ?.

Soient $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ et $Z_n = \frac{1}{n} S_n - Y_n$.

6. a. Calculer $\mathbb{E}[Z_n]$.

6. b. Z_n est-il un estimateur sans biais de β ? Asymptotiquement sans biais ?

7. a. Calculer $\mathbb{V}(Z_n)$ en fonction de cov(S_n, Y_n).

7. b. Montrer que $\mathbb{V}(Z_n)$ tend vers zéro quand n tend vers l'infini.

7. c. La suite $(Z_n)_n$ converge-t-elle dans L^2 ? En probabilité ?

8. a. Démontrer que le couple $(\widehat{\theta}_n, \widehat{\beta}_n)$ donné par

$$\begin{cases} \widehat{\theta}_n = \dfrac{1}{n-1}\left(nY_n - \dfrac{S_n}{n}\right) \\ \\ \widehat{\beta}_n = \dfrac{1}{n-1}\left(S_n - nY_n\right) \end{cases} \tag{11}$$

est un estimateur sans biais du couple (θ, β).

8. b. Calculer la variance de $\widehat{\theta}_n$ et celle de $\widehat{\beta}_n$.

9. Démontrer que

$$\frac{\sqrt{n}}{\beta}\left(\frac{S_n}{n} - (\theta+\beta)\right) \tag{12}$$

converge en loi vers une variable aléatoire dont on précisera la loi.

10. Soit

$$T_n = \frac{\sqrt{n}}{\beta}\left(Y_n - \theta\right). \tag{13}$$

Déterminer une fonction de densité de T_n et étudier la convergence en probabilité de T_n.

On admet le lemme suivant :

Lemme *On considère deux suites de variables aléatoires réelles $(U_n)_n$ et $(V_n)_n$.*
Si $(U_n)_n$ converge vers U en loi et $(V_n)_n$ converge vers 0 en probabilité, alors $(U_n+V_n)_n$ converge en loi vers U.

11. Démontrer que

$$\frac{\sqrt{n}}{\beta}\left(Z_n - \beta\right) \tag{14}$$

converge en loi vers une variable aléatoire dont on précisera la loi.

Concours d'administrateur externe de l'INSEE
Epreuves écrites d'admissibilité
Avril 2025

Epreuve écrite d'économie
Durée de l'épreuve : 4h
Tous documents et appareils électroniques interdits

Dissertation (13 points)

Peut-on consolider les finances publiques sans nuire à la croissance ?

La dissertation a pour objet de vérifier la capacité des candidats à mobiliser la théorie et les concepts micro- et macroéconomiques afin d'analyser des situations concrètes. Les candidats veilleront ainsi à montrer dans quelle mesure les outils de l'économiste permettent de penser les problèmes économiques actuels, et de leur apporter des solutions.

Exercice (7 points)

Les candidats doivent traiter cet exercice avec rigueur afin de montrer leurs capacités d'analyse et de synthèse. Les correcteurs accorderont une attention particulière aux commentaires apportés aux résultats micro-économiques. Cet exercice vise à illustrer les effets de la fiscalité sur le marché du travail et le financement des dépenses publiques. Les parties 1 et 2 peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Considérons une économie composée d'un grand nombre de firmes et d'un grand nombre de ménages. Les hypothèses de la concurrence pure et parfaite sont vérifiées.
La population de travailleurs est constituée de X générations de taille n. Les travailleurs ont tous les mêmes préférences qui dépendent de leur niveau individuel de consommation c et du temps individuel consacré au travail l. L'utilité d'un travailleur s'écrit :

$$U(c,l) = \frac{\left(c - \frac{l^{1+\frac{1}{\alpha}}}{1+\frac{1}{\alpha}}\right)^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

Avec $\sigma > 0$ et $0 < \alpha < \infty$ l'élasticité de Frisch. Le prix du bien de consommation est normalisé à 1. Afin de financer l'ensemble des dépenses publiques, l'État prélève une taxe proportionnelle τ sur le revenu des travailleurs. Ainsi, la contrainte budgétaire d'un travailleur est :

$$w.l.(1-\tau) = c$$

On note l'offre agrégée de travail $L^s = X.n.l$.

Partie 1.

1.a Posez le programme du ménage représentatif. Donnez les conditions d'optimalité du programme, puis déduisez-en l'offre de travail agrégée notée L^s.

1.b La demande de travail L^d est parfaitement élastique. Le salaire w est toujours égal à la productivité marginale du travail A qui est supposée constante. Donnez l'expression de la quantité de travail d'équilibre L en fonction de X, n, A, τ et α. Déduisez-en l'élasticité de L par rapport à τ. Commentez.

1.c Déterminez le niveau de taxe τ^* maximisant les recettes fiscales de l'État, puis donnez la valeur de l'élasticité en $\tau = \tau^*$?

1.d Quelle est la valeur de τ^* si $\alpha \to 0$. Puis, si $\alpha \to \infty$. Commentez.

1.e Représentez graphiquement les effets d'une hausse de τ sur ce marché du travail lorsque $\alpha = 1$.

1.f Commentez soigneusement les résultats de la partie 1. Quelles recommandations pourriez-vous faire en matière de fiscalité ?

Partie 2.

Considérons une économie où la quantité de travail d'équilibre L est :

$$L = X.n.w.(1 - \tau)$$

La dépense publique est notée G.

2.a Donnez l'expression du taux de taxe τ assurant l'équilibre budgétaire de l'État.

2.b Montrez qu'il existe un niveau de dépense publique au-dessus duquel il est impossible d'assurer l'équilibre budgétaire. Quel est le taux de taxe maximum correspondant à ce niveau de dépense publique ?

2.c On suppose que la dépense publique G est constituée uniquement des retraites des travailleurs âgés. La population de cette économie est composée de Z générations de taille n. Les X premières générations travaillent et payent la taxe τ. Les $Z - X$ dernières générations sont à la retraite et perçoivent une pension dont le montant est indexé sur le revenu des travailleurs. Ainsi, le revenu d'un retraité est $b.w.l$ où b est le ratio de remplacement.
Donnez l'expression du déficit public ?

2.d Suite à une augmentation de Z, le ratio de remplacement est tel que :

$$b > \frac{X}{2(Z - X)}$$

Montrez que le déficit public est alors inférieur à $L.w.(\tau - \frac{1}{2})$. Que pouvez-vous en déduire concernant l'équilibre budgétaire ?

2.e Quels instruments de politique économique vous semblent les mieux adaptés à cette situation : A, b, τ ou/et X ?