

# Un indicateur de retournement conjoncturel dans la zone euro

Hélène Baron et Guillaume Baron\*

---

Les indicateurs de conjoncture usuels ne permettent pas toujours de déceler un retournement conjoncturel en temps réel. Cette limite tient à leur caractère quantitatif. Afin d'y remédier, on met en œuvre un indicateur probabiliste de retournement de la conjoncture : destiné à la zone euro, il utilise les réponses à cinq des questions posées par les enquêtes européennes de conjoncture dans l'industrie manufacturière (tendances passée et future de la production, niveau des carnets de commandes totaux et étrangers, niveau des stocks de produits finis).

À partir des variations sur deux mois des soldes d'opinion relatifs à ces questions, on définit une variable cachée, représentant l'état de la conjoncture. Elle est susceptible de prendre trois valeurs selon la phase conjoncturelle en cours (état de la conjoncture bas, moyen ou haut). On estime alors la probabilité, à chaque date, que la conjoncture soit dans une phase basse, moyenne ou haute.

Les résultats montrent notamment la plus grande pertinence des signaux conjoncturels fournis par le solde d'opinion relatif aux carnets totaux. Il y a 94 % (respectivement 73 % et 83 %) de chances que ces derniers soient significativement négatifs (respectivement nuls et positifs) dans un état conjoncturel bas (respectivement moyen et haut).

La confrontation des signaux qui auraient été effectivement émis chaque mois par l'indicateur si l'on en avait disposé depuis janvier 1992, avec les analyses de la conjoncture européenne publiées depuis cette date par la Direction de la Prévision, a permis de le valider. La qualité, la pertinence et la précocité des appréciations de la conjoncture qu'il aurait alors fournies auraient permis un diagnostic plus rapide de certaines inflexions conjoncturelle décisives.

---

\* Hélène Baron appartient à la Direction de la prévision, et Guillaume Baron à Jacques Chahine Finance et à la Société Générale. Les noms et dates entre parenthèses renvoient à la bibliographie en fin d'article.

Les conjoncturistes ont à leur disposition une large gamme d'outils pour évaluer l'orientation de la situation économique présente et future ; des prévisions sont établies, obtenues pour la plupart à partir de données d'enquêtes conjoncturelles, par la mise en œuvre de différents outils économétriques (étalonnages, modèles VAR, etc.). Toutefois, les étalonnages ne se révèlent pas toujours pertinents pour déceler en temps réel un retournement de conjoncture ; cette limite, qui a souvent conduit à des erreurs de diagnostic sur la situation présente lors des périodes de forte inflexion de l'activité, tient précisément à leur caractère quantitatif. Construits sous la forme de modèles dont l'objet est de donner une mesure de la variation d'un agrégat significatif tel que le PIB, ils ne peuvent fournir un signal de nature qualitative exprimant une rupture dans l'évolution du cycle. Ils méritent donc d'être complétés par un indicateur capable de qualifier la phase conjoncturelle en cours.

À cette fin, un indicateur probabiliste de retournement de la conjoncture dans la zone euro a été mis en œuvre. Fournissant un signal qualitatif clair (probabilité pour que la conjoncture soit bonne, moyenne ou mauvaise supérieure à 50 %), il a pour objet de constituer un outil complémentaire facilitant le diagnostic du conjoncturiste. Cet outil repose sur les enquêtes européennes de conjoncture dans l'industrie manufacturière. Rapidement disponibles (quelques jours après le mois sous revue), et synthétisant l'opinion des industriels sur la situation conjoncturelle au sein de la zone euro (tendances passée et future de la production, niveau des carnets de commandes totaux et étrangers, niveau des stocks de produits finis) ces enquêtes connaissent peu de révisions et sont fortement corrélées à la croissance de la production industrielle. Il est donc naturel de construire un indicateur de retournement à partir de leurs données : celles-ci ont permis jusqu'ici d'établir chaque mois un diagnostic conjoncturel fiable et précoce (cf. encadré). L'indicateur ainsi obtenu peut être calculé à partir des seules informations disponibles à chaque date d'enquête. Une telle simulation dynamique, depuis janvier 1992, peut être confrontée aux commentaires avancés par les conjoncturistes au cours de la période récente. Ainsi est-il possible de valider ou non le nouvel outil présenté dans cet article.

Largement inspirée de celle développée à l'Insee (Gregoir et Lengart, 1998), la méthode utilisée s'en distingue cependant à plusieurs égards : tout d'abord, afin d'obtenir un signal

qualitatif plus fiable, trois phases du cycle économique (défavorable, moyenne, favorable) ont été traitées séparément. Par ailleurs, un souci de cohérence avec la pratique conjoncturelle et un argument de nature théorique ont conduit à appliquer le modèle aux variations sur deux mois des soldes d'opinion, et non aux « surprises » dans l'évolution de ceux-ci (les « innovations »).

L'indicateur ainsi obtenu peut être calculé à partir des seules informations disponibles à chaque date d'enquête. Une telle simulation dynamique, depuis janvier 1992, est susceptible d'être confrontée aux commentaires avancés par les conjoncturistes au cours de la période récente. Ainsi est-il possible de valider ou non le nouvel outil présenté dans cet article.

## Les enquêtes européennes de conjoncture

Cet article se fonde sur les données des Enquêtes mensuelles européennes de conjoncture dans l'industrie manufacturière, qui constituent une source d'information particulièrement appropriée (cf. encadré).

Pour des raisons de disponibilité des informations et de lourdeur du traitement, seuls les six pays de la zone euro les plus importants économiquement (Allemagne, France, Italie, Espagne, Pays-Bas, Belgique) (1) ont été retenus. Les enquêtes européennes de conjoncture étant réalisées dans d'autres secteurs de l'économie tels que la construction et le commerce de détail, un travail limité à la partie manufacturière de l'activité – qui ne représente qu'environ 30 % de l'ensemble des biens et services produits – peut paraître restrictif. Cependant, d'un point de vue empirique, c'est la composante industrielle de la production qui donne la tonalité de l'évolution du PIB. Les soldes d'opinion provenant des enquêtes de conjoncture dans l'industrie

1. Selon Eurostat, les PIB enregistrés en 1998 en Allemagne, en France, en Italie, en Espagne, aux Pays-bas et en Belgique représentent respectivement 33 % %, 22 % %, 17 % %, 9 % %, 6 % % et 4 % % du PIB de la zone euro, soit environ 91 % % du total. Les données sont issues de sources nationales pour l'Allemagne (Ifo), la France (Insee) et l'Italie (Isae) mais aussi de la Commission Européenne pour l'Espagne, les Pays-Bas et la Belgique. Les soldes d'opinion retenus sont disponibles depuis janvier 1980 pour les six principaux pays de la zone euro, à l'exception du solde d'opinion relatif aux carnets étrangers des industriels allemands, publié uniquement à partir de janvier 1983, et de l'ensemble des soldes d'opinion des industriels espagnols publiés seulement à partir d'avril 1987.

manufacturière sont eux-mêmes fortement corrélés avec l'évolution de l'indice de la production industrielle (IPI) ou du PIB.

### **Agréger les données pour tenir compte des spécificités de chaque pays**

Les soldes d'opinion des six principaux pays de la zone euro ont été agrégés selon le type de questions posées aux industriels. Pour un thème donné (perspectives de production, carnets totaux, etc.), la fonction d'agrégation retenue n'est pas une simple somme des soldes d'opinion des industriels des six principaux pays de la zone euro, pondérée par le poids économique de chaque pays (au sens de la valeur ajoutée industrielle ou du PIB). En effet, l'information conjoncturelle apportée par un solde d'opinion au cours d'un mois donné aura un poids moins important si elle est jugée spécifique au pays concerné, que si elle revêt un caractère commun aux pays de la zone euro. Ainsi, l'économie belge – très ouverte sur l'extérieur et spécialisée dans les biens intermédiaires – est particulière-

ment sensible aux chocs internes ou externes affectant un ou plusieurs états-membres avant de se propager à l'ensemble de la zone. La Belgique a alors en moyenne une importance plus grande, en terme de contenu informatif sur la situation conjoncturelle de la zone euro, que celle dictée par son seul poids économique car les mouvements des soldes d'opinion belges reflètent souvent, ou même préfigurent, un mouvement plus global, dans la mesure où il est observé dans la majorité, ou dans l'ensemble, des pays de l'UEM.

Aussi, pour une question donnée, on identifie l'information nouvelle apportée par chaque pays à l'innovation (2) – on parle aussi de choc, de surprise ou d'information nouvelle – relative au solde d'opinion correspondant. Un choc est considéré comme commun (respectivement

2. Si l'on modélise une série temporelle de manière autorégressive, l'innovation est le processus qui lui est orthogonal dans le sens où la connaissance à un moment donné de tout le passé de la série temporelle modélisée n'apporte aucune information pour prévoir, au sens linéaire, les réalisations présente et futures de cette innovation.

## **LES ENQUÊTES EUROPÉENNES DE CONJONCTURE DANS L'INDUSTRIE MANUFACTURIÈRE**

Cet article s'appuie sur les données des enquêtes mensuelles européennes de conjoncture dans l'industrie manufacturière.

### **Une source d'information privilégiée**

Ces enquêtes constituent une source d'information privilégiée à plusieurs égards :

- elles fournissent un message recueilli directement auprès des acteurs économiques sur l'évolution à court terme de leurs comportements,
- de nature purement cyclique, elles sont considérées comme stationnaires,
- elles sont publiées quelques jours après la fin du mois sous revue, c'est-à-dire bien plus rapidement que les données relatives aux principaux agrégats macroéconomiques (1),
- disponibles depuis janvier 1980 selon une périodicité mensuelle, elles comptent un grand nombre d'observations,
- leurs résultats ne sont soumis qu'à de très faibles corrections.

### **Cinq questions clés**

Les questions posées aux industriels, et en rapport direct avec l'évolution future de l'activité, portent sur les points suivants (2) :

- l'évolution de la production dans un passé récent (pp),

- la tendance de la production de l'entreprise pour les mois à venir (pe),
- le niveau des carnets de commandes totaux (ct),
- le niveau des carnets de commandes étrangers (ce),
- le niveau des stocks de produits finis (ns).

À chacune de ces cinq questions, les industriels apportent une réponse qualitative : le niveau est supérieur, identique ou inférieur à la normale ; la tendance est en hausse, constante ou en baisse. Ces réponses sont ensuite codées respectivement + 1, 0 et - 1 pour être synthétisées en soldes d'opinion, calculés comme la différence entre les pourcentages de réponses positives et négatives. Les soldes d'opinion se présentent donc comme des variables quantitatives dont les valeurs sont comprises entre - 100 et + 100.

1. En particulier, les comptes trimestriels pour le trimestre  $T$  ne sont publiés que vers le milieu du dernier mois du trimestre ( $T + 1$ ). A cette date, les enquêtes pour les deux premiers mois du trimestre ( $T + 1$ ) sont déjà disponibles.

2. La question relative à la tendance concernant les prix de vente de l'entreprise dans les mois à venir n'a pas été retenue, car elle a moins directement trait à l'activité économique future dans la mesure où ce solde présente une corrélation beaucoup plus faible que les autres avec le glissement annuel de la production industrielle.

spécifique) lorsqu'au solde d'opinion  $i$  des industriels du pays  $j$  est associée une innovation dont le signe est majoritaire (respectivement minoritaire), c'est-à-dire que pour le même type de solde  $i$ , plus de trois pays (respectivement moins de trois pays) enregistrent un choc soit positif, soit négatif.

Le solde d'opinion agrégé relatif aux carnets totaux, par exemple, est construit comme une moyenne pondérée, à chaque date, des soldes d'opinion des industriels des six principaux pays de la zone euro concernant cette question. En moyenne, la pondération de chaque pays est égale à son poids économique (3). Toutefois, les coefficients de pondération évoluent au cours du temps autour du poids économique de chaque pays en fonction de l'importance donnée à chaque solde dans la détermination du signal commun : si, à une date donnée, l'information nouvelle apportée par l'enquête allemande sur les carnets totaux est considérée, aux vu des enquêtes des cinq autres pays sur les carnets totaux, comme spécifique à l'Allemagne, son poids sera inférieur au poids économique de l'Allemagne dans l'économie de la zone euro, et ce d'autant plus que la taille du choc est grande en valeur absolue. Cependant, les résultats sont quasiment identiques à ceux obtenus en agrégeant les soldes d'opinion selon une somme pondérée uniquement par le poids économique des pays.

## Un indicateur probabiliste de retournement de l'activité industrielle

**E**n 1946, Burns et Mitchell donnaient les premiers une définition du cycle économique basée sur l'observation des faits : « *Un cycle est constitué d'expansions qui se produisent à peu près au même moment dans de nombreuses branches de l'activité, expansions qui sont suivies par des phases de récessions, des contractions et des reprises, qui affectent elles aussi l'ensemble des activités économiques, les reprises débouchant sur la phase d'expansion du cycle suivant. Cette suite de phases n'est pas périodique (au sens strict du terme) mais seulement récurrente ; la durée des cycles d'affaires varie entre plus d'un an et dix ou douze ans ; ils ne sont pas divisibles en cycles plus courts de même nature et dont l'amplitude serait à peu près semblable à la leur* ». Cette définition met notamment en évidence deux caractéristiques majeures du cycle économique. La première est

l'idée de co-variation entre variables économiques de natures différentes. La deuxième se réfère à l'existence de phases ou régimes distincts, l'évolution économique pouvant se découper en une suite de phases alternativement favorables ou défavorables durant lesquelles un grand nombre de variables de natures différentes varient ensemble d'une certaine manière.

### Définir trois états de la conjoncture

L'approche adoptée s'inspire largement de la méthodologie initiée par Gregoir et Lengart pour construire un indicateur de retournement de l'économie française, mais s'en distingue notamment par la prise en compte de trois phases distinctes dans la description du cycle conjoncturel. Elle consiste à élaborer un indicateur qualitatif capable de signaler l'imminence ou la survenue d'un retournement conjoncturel (4).

Les différentes phases du cycle peuvent être traitées séparément en postulant l'existence d'une variable qualitative, dite *cachée* (au sens où elle n'est pas directement observée), qui peut prendre différentes valeurs possibles selon le nombre d'états conjoncturels considérés.

Dans le cas où seuls deux états sont désignés par la variable qualitative – la conjoncture peut se trouver soit dans un état haut soit dans un état bas –, il peut s'avérer difficile de distinguer les cycles d'affaires (cycle complet, comprenant au moins une période d'expansion et une période de contraction de l'activité) des cycles de croissance (mini-cycles en termes d'amplitude, inclus dans un cycle d'affaires, ne comprenant par exemple qu'une phase d'accélération suivie

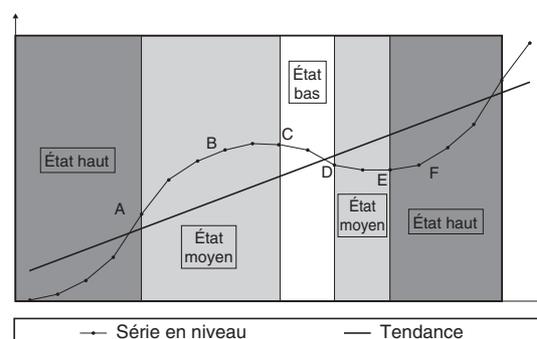
3. On a retenu les pondérations utilisées par Eurostat pour la construction de l'indice zone euro de la production industrielle hors construction (année de base 2000). Allemagne : 40,7 % ; France : 20,8 % ; Italie : 20,2 % ; Espagne : 8,6 % ; Pays-Bas : 5,3 % ; Belgique : 4,4 %.

4. On a tenté de modéliser l'indicateur synthétique du climat des affaires obtenu à partir des soldes d'opinion de l'enquête dans l'industrie manufacturière, selon une dynamique autorégressive à changement de régimes : celui-ci évolue selon des dynamiques différentes conditionnellement à l'état de la variable cachée. Lors d'un retournement conjoncturel, l'indicateur synthétique du climat des affaires change de distribution conditionnelle, ce qui implique une évolution relativement heurtée de la variable d'intérêt. Or, les données utilisées ont permis de construire un facteur commun dont l'évolution est extrêmement lisse. Cette particularité tient à la nature des questions posées aux industriels ; portant sur leurs anticipations à plusieurs mois, il en découle une certaine inertie dans leurs réponses. Si la très faible volatilité du climat des affaires a l'avantage d'offrir une bonne lisibilité, elle n'a en revanche pas permis d'appliquer une modélisation autorégressive à changements de régimes. A l'inverse, les indicateurs synthétiques de l'enquête mensuelle de la Banque de France dans l'industrie manufacturière, qui ne portent que sur le mois en cours, présentent une volatilité beaucoup plus grande et sont mieux adaptés à ce type de modèles (Baron, 1999).

par une phase de décélération de l'activité ; le trou d'air de 1998-99 est un exemple typique de cycle de croissance). Une telle difficulté se présente dans les états intermédiaires (ou indéterminés) de la conjoncture, c'est à dire lorsque l'activité ralentit tout en continuant à croître, ou qu'elle recule à un rythme plus faible. Quel sera le comportement de la variable latente ? Doit-elle permettre de conclure à un retournement (et réagir au moment où la courbe présente un point d'inflexion), ou bien attendre le passage par un état extrême (maximal ou minimal) avant d'indiquer ce retournement ? Une modélisation à deux états risque d'aboutir à une conclusion inexacte dans la mesure où la variable qualitative peut signaler un retournement à la baisse alors même que l'activité croît toujours et n'est affectée que par un ralentissement momentané, et en aucun cas par une récession (période – commençant au point C et se terminant au point D – au cours de laquelle l'activité se contracte à un rythme de plus en plus rapide (cf. schéma)).

Afin de fournir un diagnostic plus fiable et une lecture plus fine de la situation conjoncturelle, on distingue trois états de la conjoncture : la variable qualitative cachée signale un état bas lorsque le point C est franchi, c'est à dire lorsque le signe de croissance de l'activité s'inverse ; entre les points A et C, l'activité ralentit et la conjoncture se situe donc dans un état moyen ; avant le point A, (ou après le point E) l'activité connaît une phase de croissance accélérée, la variable cachée se trouvant alors dans l'état haut, ce qui indique une période conjoncturelle favorable (cf. schéma).

Schéma  
Les trois états de la conjoncture



Lecture : on a schématisé une flexion temporaire de la conjoncture, qui ne remet pas en cause la tendance de long terme à la croissance (trend). La prise en considération de trois états de la conjoncture est nécessaire si l'on souhaite pouvoir distinguer un tel cycle court (cycle d'affaires), d'un cycle de plus d'ampleur (cycle de croissance).  
Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

## La conjoncture : une variable cachée inférée à partir des soldes d'opinions

Le modèle adopté peut être schématisé selon une procédure de tirage conditionnel dans une urne.

On suppose qu'au début de chaque mois, une loterie tire d'abord l'état de la conjoncture. L'urne contient trois types de boules : des boules correspondant à un état haut de la conjoncture (désignées par h), des boules correspondant à un état bas (désignées par b), et enfin des boules correspondant à un état moyen ou indéterminé (désignées par m). On suppose que l'urne contient au total 10 boules.

Le nombre de boules h, b et m dépend à tout moment de l'état de la conjoncture qui prévalait le mois précédent. Cette dépendance de la variable aléatoire caractérisant l'état de la conjoncture courant vis à vis de sa réalisation antérieure est une caractéristique clé des variables markoviennes. Dans le cas du cycle des affaires, cette dépendance devra typiquement être élevée en raison de la fréquence du cycle, qui est de l'ordre de 5 à 7 ans dans les pays de l'OCDE, ce qui traduit un niveau élevé de persistance dans l'évolution de l'activité économique. Ainsi, lorsque la phase conjoncturelle en cours est favorable, il y a plus de chance pour qu'à la période suivante, elle le soit encore. : si la conjoncture était bonne le mois précédent, il y a par exemple 8 boules h et une boule b (et donc une boule m) dans l'urne. L'état de la conjoncture a donc 8 chances sur 10 de rester haut, une chance sur 10 de devenir bas (retournement à la baisse), et une chance sur 10 de devenir moyen (ralentissement). Si la conjoncture était mauvaise le mois précédent, il y a par exemple une boules h, 8 boules b et une boule m : l'état de la conjoncture a alors 8 chances sur 10 de rester mal orienté. Si la conjoncture était indéterminée le mois précédent, l'urne contiendra alors par exemple 6 boules m (l'état moyen dure typiquement moins longtemps en moyenne et est donc moins persistant que les deux états polaires), 2 boules h et 2 boules b : ainsi une phase conjoncturelle indéterminée aura ici 60 % de chances de se reproduire le mois suivant, et 20 % de chances d'être suivie d'une période favorable ou défavorable.

Ces probabilités, au nombre de neuf, sont les probabilités de transition de la chaîne de Markov. Avec l'exemple donné, et en reprenant les notations utilisées dans la description théori-

que du modèle reprise en annexe, la matrice de transition de la chaîne serait la suivante :

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Une fois tirée la boule déterminant la phase conjoncturelle en cours, une seconde étape au cours de laquelle sont effectués cinq tirages (un pour chaque solde d'opinion agrégé au niveau de la zone euro) détermine ce que l'on observe, c'est à dire la classe de variation de chaque solde d'opinion par rapport à il y a deux mois, cette classe pouvant prendre trois valeurs (négative, nulle ou positive). Si l'on note  $X_t^i$  cette variable aléatoire (classe de variation du solde  $i$ , de la période  $t$  par rapport à la période  $t-2$ ), l'ordre dans lequel les tirages sont effectués a pour conséquence que les  $X_t^i$  sont conditionnels à la variable markovienne cachée. En effet, de la même manière que précédemment on peut imaginer la procédure de tirage suivante pour les  $X_t^i$  : si la conjoncture est bonne (on a tiré une boule h), l'urne qui doit déterminer la classe de variation du solde  $i$  contiendra par exemple 8 boules + (variation positive), une boule - (variation négative), et une boule = (variation nulle) ; la probabilité que la variation soit positive sera donc de 80 %. Si la conjoncture est mauvaise, l'urne qui doit déterminer la classe de variation du solde  $i$  contiendra par exemple une boule +, 8 boules - et une boule = ; la probabilité que la variation soit négative sera donc de 80 %. Enfin, dans un phase conjoncturelle incertaine (la boule m a été préalablement tirée), l'urne qui doit déterminer la classe de variation du solde  $i$  contiendra par exemple 2 boules +, 2 boules - et 6 boules m ; la probabilité que la variation soit nulle sera donc de 60 %, tandis que celle d'observer une évolution positive ou négative sera égale à 20 %.

Ces probabilités, au nombre de 45 (3 états conjoncturels, 3 classes de variation sur deux mois pour les soldes d'opinions européens, 5 questions posées aux industriels), sont conditionnelles, puisque le nombre relatif de boules + et - dans l'urne varie selon l'état de la conjoncture qui a été tiré à l'étape précédente : il s'agit de la probabilité pour que la classe de variation du solde  $i$  entre les périodes  $t-2$  et  $t$  prenne l'une des trois valeurs possibles (ce sont les  $\pi_i^j(k)$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, 5\}$ ,  $\forall j, k \in \{1, 2, 3\}$ ), l'état de la conjoncture en  $t$  se trouvant déjà déterminé par le tirage antérieur.

En pratique, on observe les réalisations  $X_t^i$  des variables aléatoires  $X_t^i$  et on essaie d'en inférer la valeur prise par  $S_t$  (que l'on appelle variable cachée puisqu'elle n'est pas observable) à partir de l'information contenue dans la trajectoire observée du vecteur aléatoire  $X$  sur  $[1, T]$  : on procède donc dans l'ordre inverse des tirages. On infère la réalisation de  $S_t$  à partir de la valeur prise par les classes de soldes d'opinions, sur la base de probabilités (les  $P(S_t = j | I_t)$ ,  $\forall j \in \{1, 2, 3\}$ ) que l'on ne peut calculer qu'une fois estimés tous les paramètres (5) (les probabilités conditionnelles et les probabilités de transition).

### Ne retenir que les soldes significatifs

Un préalable consiste à transformer les valeurs quantitatives des séries de référence (en l'occurrence les soldes d'opinion) en valeurs qualitatives selon un codage qui permet de filtrer les signaux de retournement conjoncturel non significatifs.

La phase de codage consiste donc à transformer ces variations quantitatives en variable qualitative. Cependant, à la différence de Gregoir et Lenglard qui codent les innovations des soldes d'opinion selon qu'elles sont soit positives, soit négatives, c'est la densité empirique (6) associée aux variations sur deux mois des soldes d'opinion qui a été estimée pour pouvoir ensuite adopter la règle de codage suivante : variations orientées à la baisse lorsqu'elles se situent entre les quantiles 0 et 1/3 ; variations n'indiquant pas d'orientation claire à la hausse ou à la baisse lorsqu'elles sont comprises entre les quantiles 1/3 et 2/3, variations orientées à la hausse lorsqu'elles évoluent entre les quantiles 2/3 et 1.

Dans ces différents cas, les variations sur deux mois des soldes d'opinion sont codées respectivement 1, 2 et 3. Les bornes se révèlent toujours non symétriques autour de zéro, notamment en ce qui concerne le solde d'opinion relatif à la production passée (cf. tableau 1 et graphique I).

Les variations des soldes d'opinion sur un mois et trois mois ont également été examinées. Elles sont moins performantes que celles sur deux mois : l'information extraite des variations sur un mois, bien que très réactive, est très volatile alors que le codage issu des variations sur trois

5. Se reporter à l'annexe technique pour une description de l'algorithme permettant de calculer ces probabilités.

6. La méthode des noyaux a permis d'effectuer une estimation non paramétrique de cette densité.

**Tableau 1**  
**Bornes inférieure et supérieure de la classe de variation des cinq soldes d'opinions (répartis en terciles)**

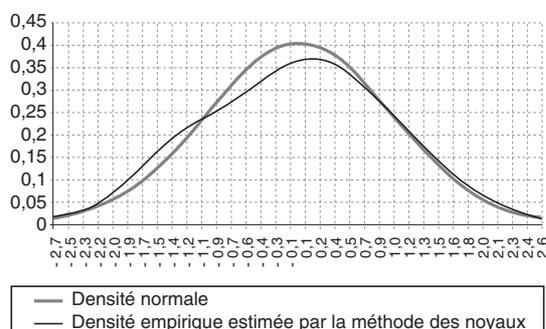
	Borne inférieure	Borne supérieure
Production passée	- 0,515	0,430
Perspectives de production	- 0,404	0,410
Carnets totaux	- 0,4150	0,435
Carnets étrangers	- 0,440	0,405
Niveau des stocks	- 0,480	0,442

Lecture : en ce qui concerne la question relative à la production passée, il y a une chance sur trois pour que le solde des réponses des entreprises entre les périodes t-1 et t soit inférieur à - 0,515, une chance sur trois pour qu'il soit compris entre - 0,515 et 0,430, et une chance sur trois qu'il soit supérieur à 0,430. La variable classe de variation est codée 1, 2 ou 3 selon l'appartenance du solde que l'on a mesuré, à l'un de ces trois intervalles.

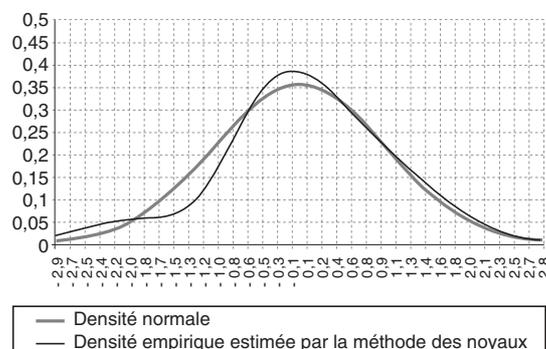
Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

**Graphique I**  
**Densité des variations sur deux mois du solde d'opinion**

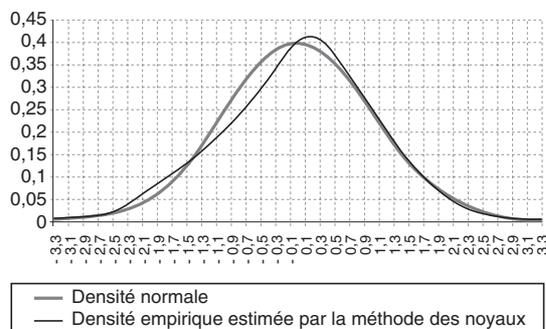
**A - Production passée**



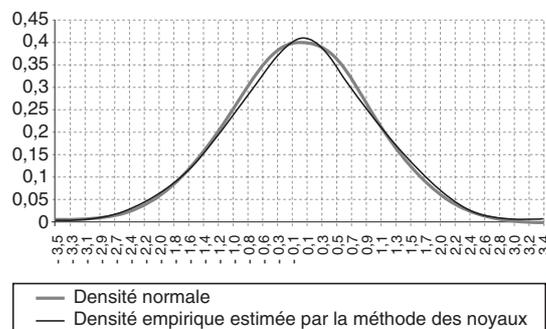
**B - Perspectives de production**



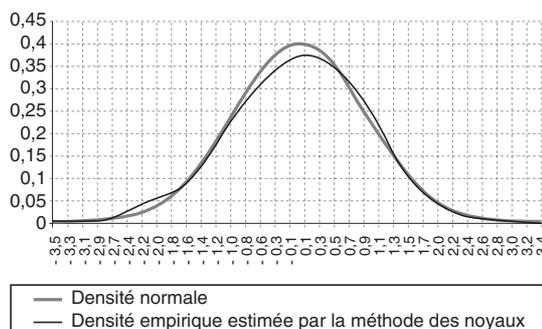
**C - Carnets de commandes (ensemble)**



**D - Carnets de commandes étrangers**



**E - Stocks**



Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

mois, s'il a l'avantage d'être plus lisse et de fournir une lecture claire de la situation conjoncturelle, semble quelque peu retardé. Dans un souci d'arbitrage entre lissage et coïncidence des signaux obtenus à partir du codage des variations des soldes d'opinion sur des délais de longueur différente, on retient l'information qualitative issue de variations sur deux mois des soldes d'opinion. Cependant, en pratique, le diagnostic conjoncturel donné par la lecture de l'indicateur peut être complété par celui provenant des variables codées à partir des tendances mensuelle et trimestrielle.

Par ailleurs, la forme des densités empiriques estimées des variations des soldes d'opinion sur un, deux et trois mois permet de valider ce choix dans la mesure où, à l'exception du solde d'opinion relatif aux carnets étrangers, les distorsions par rapport à la densité normale semblent plus importantes dans le cas d'une tendance calculée sur deux mois (cf. graphique I).

La plupart des densités empiriques estimées se distinguent par quelques particularités : elles sont non symétriques autour de zéro ; leurs queues de distribution sont plus épaisses pour des valeurs négatives des variations des soldes d'opinion. Elles présentent également des « bosses » (au moins deux sur la base d'un examen visuel). Ces caractéristiques laissent supposer une loi bi-modale (voire tri-modale), pour laquelle il est possible d'identifier au moins deux états distincts.

Pour confirmer cette intuition, la loi empirique d'une variable (pseudo)aléatoire simulée à partir d'une loi bi-modale particulière a été estimée (7) : si la réalisation d'une loi uniforme sur l'intervalle [0,1] est inférieure à 0,45 (ce qui revient à tirer dans une loi de Bernoulli de paramètre 0,45) alors on tire dans une loi normale d'espérance - 0,5 et d'écart-type 1,2 ; sinon, on tire dans une loi normale d'espérance 0,3 et d'écart-type 0,8.

On a ainsi obtenu dix mille réalisations d'une variable suivant cette loi bimodale, à partir desquelles il a été possible d'estimer la densité de probabilité par la méthode des noyaux (cf. graphique II).

En particulier, la queue de distribution plus épaisse s'explique par un écart-type plus important pour les valeurs négatives de la série. Cela indique une plus grande volatilité des réponses des industriels dans ce cas : ils apprécient leur

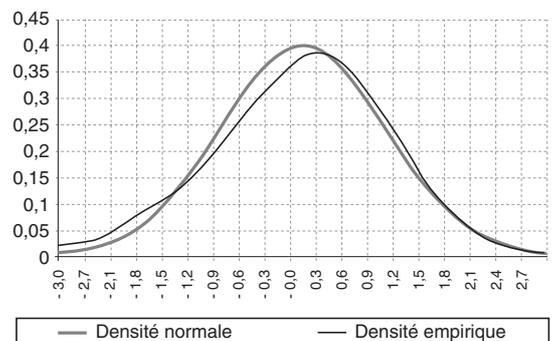
situation de manière moins précise lorsque la conjoncture est défavorable, car elle est alors plus risquée et offre moins de visibilité.

## Estimer un modèle markovien

Une variable qualitative cachée (au sens où elle n'est pas directement observée), résumant l'information commune, est censée représenter l'état de la conjoncture (cf. *infra*). De même que les variables codées qui permettent de l'inférer, elle peut prendre trois valeurs distinctes (1, 2 ou 3) selon la conjoncture (respectivement défavorable, moyen ou favorable). Le comportement dynamique de cette variable peut être représenté par une chaîne de Markov stationnaire du premier ordre, présidant aux transitions de celle-ci d'une modalité à l'autre au cours du temps. Une telle chaîne permet de modéliser la dépendance temporelle des phases conjoncturelles de façon probabiliste : connaissant l'état de la conjoncture à un moment donné, il est plus probable que la variable cachée reste dans cet état à la période suivante qu'elle ne bascule dans un autre état. Autrement dit, la connaissance des états conjoncturels passés ne permet de déterminer la nature de la situation courante que par l'intermédiaire de l'état conjoncturel observé à la période précédente. Pour chaque période, le modèle est réestimé (pour chacune des périodes antérieures), afin de tenir compte des indications données par les soldes relatifs à la dernière période. L'estimation utilise la méthode du maximum de vraisemblance : dans la mesure où l'on n'observe pas les réalisations de la variable

7. Les valeurs des paramètres ont été déterminées de façon empirique.

Graphique II  
Estimation d'une densité empirique à partir d'une loi bi-modale.



Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

cachée, mais seulement celles des soldes (ou plutôt, de leur classe de variation attribuée ainsi qu'il est indiqué au paragraphe précédent), le calcul de la vraisemblance n'est pas direct, mais nécessite un algorithme récursif. Cette estimation permet d'obtenir les probabilités pour que la variable cachée occupe un état défavorable, moyen ou favorable. Pour le détail de cette estimation, on se reportera à l'annexe. Dans ce qui suit, on adopte les notations de cette annexe.

### Un modèle adapté à la pratique conjoncturelle courante

Deux raisons conduisent à appliquer ce modèle aux signaux conjoncturels (classe de variations sur deux mois) fournis par les soldes d'opinion agrégés au niveau européen plutôt qu'aux innovations tirées de ces mêmes soldes, ainsi que le font Gregoir et Lengart (1998).

Tout d'abord, une raison d'ordre théorique : il semble difficile de faire reposer ce type de modèle sur des innovations, dans la mesure où ces dernières sont par construction des bruits blancs, c'est à dire des variables non autocorrélées. Étant au contraire autocorrélées, les variations bimestrielles des soldes d'opinion sont en principe mieux adaptées au processus probabiliste conduisant les soldes sur deux mois à prendre pour valeur l'une des trois classes de solde (cf. *infra*). En effet, le modèle que l'on a appliqué à ces données (8) postule l'existence d'une relation statistique entre les données codées et la variable markovienne ; c'est en cela que la variable cachée est qualifiée de factorielle, au sens où elle résume l'information commune – et cachée – apportée par les données, exprimant ainsi l'une des deux caractéristiques majeures

du cycle économique, à savoir l'idée de covariation entre variables économiques de différentes natures. Or le caractère markovien de la variable dont les réalisations non observables représentent la phase conjoncturelle courante présente par définition un certain degré de dépendance temporelle, exprimant l'existence de phases ou régimes distincts pourvus d'une durée propre, inférieure à celle du cycle. Il serait préférable que les données présentent une certaine persistance : tout d'abord le modèle donnera des résultats d'autant meilleurs en terme de lisibilité que la variable cachée est persistante – les  $P(S_{t+1} = i / S_t = i)$  doivent être élevées. D'autre part, l'existence de cette variable ne peut a posteriori être « implicitement » validée par le modèle que si elle résume bien l'information commune – les  $P(X_t^i = i / S_t = i)$  doivent être élevées. Pour vérifier dans quelle mesure ces conditions étaient vérifiées, on a simulé le processus de génération des données tel qu'il est décrit dans l'explication heuristique du modèle (9). L'autocorrélation des données non codées s'avère alors une fonction croissante de leur liaison avec la variable markovienne, et de son degré de dépendance temporelle (cf. tableau 2).

8. Par données, on entend les variations bimestrielles ou les innovations des soldes d'opinion, qui sont ensuite discrétisées (données codées), puis enfin soumises au modèle.

9. Ces résultats sont issus de 10 000 simulations du modèle avec deux états possibles pour chaque cas de figure ; les corrélations présentées sont les moyennes des 10 000 corrélations simulées dans chaque cas de figure. Chaque corrélation moyenne converge en probabilité vers la « vraie » corrélation par la loi faible des grands nombres. Le processus de codage est approché en supposant que si la variable correspondant aux données codées est positive, on tire dans une loi uniforme [0,1] pour récupérer l'équivalent de la variable non codée ; si elle est négative, on tire dans une loi uniforme [-1,0]. Les simulations ont été réalisées au moyen du logiciel Gauss, suivant un programme disponible sur demande auprès des auteurs.

Tableau 2  
Simulation du processus de génération des données

#### A-Variable de Markov possédant une persistance élevée ( $P(S_{t+1} = i / S_t = i)$ fixée à 0,9)

$P(X_t^i = i / S_t = i)$	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,99
$Corr(X_t, X_{t-1})$	- 0,00	0,00	0,04	0,11	0,22	0,38	0,54

#### B - Corrélation élevée entre l'état de la conjoncture et la variable de Markov ( $P(X_t^i = i / S_t = i)$ fixée à 0,9)

$P(S_{t+1} = i / S_t = i)$	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,99
$Corr(X_t, X_{t-1})$	0,11	0,14	0,17	0,19	0,22	0,24	0,20

Lecture : on entend par données, la classe de variation du solde des enquêtes de conjoncture européennes sur deux mois.  
Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

Ainsi, et pour une probabilité conditionnelle fixée à un niveau élevé de manière à ce que la variable markovienne possède les qualités d'un facteur commun, appliquer le modèle à des innovations revient dans une certaine mesure à restreindre à de faibles valeurs l'espace des paramètres possibles pour les probabilités de transition de la chaîne de Markov à estimer – les  $P(S_{t+1} = i/S_t = i)$  –, dans la mesure où seule la conjonction d'un degré de dépendance temporelle élevé de la variable markovienne et d'une liaison forte entre cette dernière et les données codées entraîne une autocorrélation des données non codées.

Le second argument tient à la pratique conjoncturelle courante : celle-ci diffère, en général, de la perspective proposée par Gregoir et Lengart (1998). En effet, ceux-ci extraient les innovations issues d'une modélisation autorégressive sur les soldes d'opinion, c'est à dire la part de l'évolution du solde qui n'était pas prévisible – au sens linéaire – à partir de ses valeurs passées et courante. Cette utilisation des soldes diffère notamment de la méthode utilisée par les conjoncturistes pour établir leur diagnostic. Cette méthode se fonde principalement sur l'évolution des soldes d'opinion par rapport aux derniers mois ; le conjoncturiste cherche plus à dégager la tendance à court terme des soldes d'opinion – stabilisation, poursuite de la hausse ou baisse – que la surprise par rapport à ce qui avait été anticipé, à moins bien sûr que celle-ci ne soit de taille. Cette dimension – l'importance de la surprise – n'est de toute manière pas prise en compte dans le processus de codage appliqué par Gregoir et Lengart, puisqu'ils ne postulent l'existence que de deux états. Pour ce faire, il est nécessaire de disposer d'au moins un état supplémentaire, afin de qualifier la surprise de significativement négative, positive, ou non significativement différente de zéro. De plus, le redressement d'un solde, s'il est affirmé, représente une information plus importante pour l'analyse conjoncturelle que l'innovation négative que peut constituer ce résultat, si la prévision estimée à partir d'un modèle autorégressif sur ce solde est supérieure à l'observation.

### Les carnets de commandes sont plus précis que les autres indicateurs

L'estimation des paramètres du modèle, à savoir les probabilités de transition et les probabilités conditionnelles, est obtenue par maximisation de la vraisemblance calculée par l'algo-

rithme de filtrage (cf. annexe). On obtient les deux matrices suivantes :

Probabilités de transition :

$$P = \begin{pmatrix} 0,894 & 0,071 & 0,000 \\ 0,106 & 0,820 & 0,119 \\ 0,000 & 0,109 & 0,881 \end{pmatrix}$$

Probabilités conditionnelles :

$$\pi = \begin{pmatrix} 0,855 & 0,195 & 0,027 \\ 0,127 & 0,639 & 0,255 \\ 0,018 & 0,166 & 0,718 \\ 0,682 & 0,278 & 0,040 \\ 0,226 & 0,566 & 0,252 \\ 0,092 & 0,156 & 0,708 \\ 0,939 & 0,175 & 0,000 \\ 0,061 & 0,730 & 0,70 \\ 0,000 & 0,095 & 0,830 \\ 0,849 & 0,236 & 0,054 \\ 0,151 & 0,632 & 0,213 \\ 0,000 & 0,132 & 0,733 \\ 0,771 & 0,303 & 0,059 \\ 0,153 & 0,526 & 0,249 \\ 0,076 & 0,171 & 0,692 \end{pmatrix}$$

D'après la matrice des probabilités de transition (10), les probabilités de rester dans les états haut et bas sont quasiment identiques ; si l'état conjoncturel défini à la date  $t$  peut être qualifié de haut ou bas, alors il y a près de 90 % de chances pour que l'on reste dans cet état à la date  $t + 1$ . Ces probabilités étant très élevées, il existe donc une bonne persistance dans chacun des états haut et bas. L'indicateur de retournement est alors assuré d'une lisibilité satisfaisante. La durée moyenne des phases d'expansions et de contractions est estimée respectivement à un peu plus de huit et de neuf mois. La probabilité de rester dans l'état moyen, égale à 82 %, est, quant à elle, inférieure aux deux autres. Ce résultat ne doit pas surprendre dans la mesure où l'état moyen représente essentiellement un état de transition d'un état polaire vers l'autre.

10. La première (respectivement deuxième et troisième) colonne de la matrice des probabilités de transition correspond aux probabilités de transition de l'état bas (respectivement moyen et haut) vers les états bas, moyen et haut.

Si l'on se réfère à la matrice des probabilités conditionnelles (11) le solde d'opinion relatif aux carnets totaux donne des indications plus précises que les autres soldes sur l'état de la conjoncture. En effet, les probabilités estimées d'observer des signaux significativement négatifs, nuls ou positifs sachant que la variable markovienne se situe dans les états respectivement défavorable, moyen ou favorable sont toujours plus élevées pour le solde d'opinion relatif aux carnets totaux ( $ct$ ) que pour les autres soldes d'opinion :  $\forall t, P(X_t^{ct} = 1 | S_t = 1) = 0,939$  ;

$$P(X_t^{ct} = 2 | S_t = 2) = 0,730 ;$$

$P(X_t^{ct} = 3 | S_t = 3) = 0,830$ . Ce résultat n'est pas surprenant : les outils d'évaluation dont disposent les chefs d'entreprise sont plus fins pour les carnets de commandes totaux que pour les quatre autres questions, car la plupart des commandes sont informatisées.

Cette variable, mieux renseignée que les autres, est ainsi davantage corrélée avec la variable markovienne représentative de la situation conjoncturelle.

### L'indicateur de retournement

Ayant postulé l'existence de trois états (défavorable, moyen, favorable), la construction de l'indicateur de retournement s'avère quelque peu délicate dans la mesure où elle ne peut pas se résumer, comme dans le cas de deux états, à la simple différence entre les probabilités de se trouver dans les états haut et bas. La définition de l'indicateur retenue en permet une lecture immédiate.

Lorsque la probabilité que la variable cachée occupe un état défavorable est supérieure à 50 %, il prend pour valeur la différence entre la probabilité de se trouver dans un état moyen et la probabilité de se trouver dans un état défavorable, qui reste comprise entre 0 et -1 (cf. graphique III, courbe en pointillé évoluant entre 0 et -1).

Lorsque la probabilité que la variable cachée occupe un état moyen est supérieure à 50 %, il prend pour valeur la différence entre la probabilité de se trouver dans un état haut et la probabilité de se trouver dans un état bas, qui prend ses valeurs entre -1 et +1 (cette différence est rapportée à la probabilité que la variable cachée

n'occupe pas l'état moyen afin d'en assurer la normalisation) (cf. graphique III, courbe en histogramme pour les besoins du graphisme). Alors même que la variable cachée se trouve dans l'état moyen, il est possible de qualifier la période en cours de « globalement bien orientée » lorsque la différence entre les probabilités d'état haut et bas est positive ; il est alors plus probable que la variable cachée repasse dans un état favorable à court terme qu'elle ne bascule dans un état défavorable. Symétriquement, lorsque cette différence est négative on peut estimer que l'activité est « globalement mal orientée » : le risque de basculer à court terme dans un état défavorable est élevé. Ainsi, un changement de signe dans la différence des probabilités polaires pendant une phase conjoncturelle moyenne fournit un signal intéressant : un retournement à la hausse est envisageable à court terme dans le sens négatif-positif alors qu'un retournement imminent à la baisse peut être envisagé dans le sens positif-négatif.

Lorsque la probabilité que la variable cachée occupe un état favorable est supérieure à 50 %, l'indicateur est égal à la différence entre la probabilité de se trouver dans un état haut et la probabilité de se trouver dans un état moyen (cf. graphique III, courbe en trait continu évoluant entre 0 et +1).

Si on note  $p_1$ ,  $p_2$ , et  $p_3$  les probabilités que la variable cachée occupe un état respectivement défavorable, moyen et favorable

( $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ ), l'indicateur de retournement à trois états  $I$  s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} \text{Si } p_1 \geq 0,5, \text{ alors } I = p_2 - p_1 \\ \text{Si } p_2 \geq 0,5, \text{ alors } I = \frac{p_3 - p_1}{p_3 + p_1} \\ \text{Si } p_3 \geq 0,5, \text{ alors } I = p_3 - p_2 \end{cases}$$

On pourrait imaginer que les probabilités estimées d'appartenance aux états soient non discri-

11. Cette matrice des probabilités conditionnelles se lit de la manière suivante : les trois premières lignes correspondent aux probabilités conditionnelles associées au solde d'opinion relatif à la production passée, les lignes suivantes sont à relier, dans l'ordre et par bloc de trois, aux perspectives de production, aux carnets totaux, aux carnets étrangers et au niveau des stocks. Dans chacune de ces sous-matrices, la première (respectivement deuxième et troisième) colonne correspond aux probabilités d'observer une classe de variation du solde d'opinion significativement négative, nulle et positive sachant que la conjoncture se situe dans un état bas (respectivement moyen et haut).

minantes. Par exemple, pour  $p_1 = 0,4$ ,  $p_2 = 0,4$  et  $p_3 = 0,2$ , la valeur de l'indicateur ne serait pas définie de façon univoque. Cette remarque, loin de discréditer la méthode choisie, montre au contraire que l'indicateur estimé est « naturellement » discriminant, sans avoir à poser de restrictions supplémentaires sur le modèle. Ainsi, sur l'ensemble des estimations effectuées, jamais un tel cas de figure n'a été rencontré. De plus, l'état moyen défini dans le modèle correspond à ce cas d'indétermination, et permet donc « d'absorber » ces situations.

La courbe représentative de cet indicateur a la particularité d'être calculée à partir de janvier 1992 « en temps réel ». Plus précisément, les probabilités relatives aux différents états résultent à chaque date d'une estimation des paramètres du modèle ne prenant en compte que l'information disponible jusque là. En revanche, avant janvier 1992, les valeurs de la courbe dérivent d'une estimation optimale des paramètres, tenant compte de l'information dont on dispose sur la totalité de la période d'observations (de janvier 1980 à avril 2002). Ainsi dispose-t-on, à partir de janvier 1992, d'une simulation dynamique de la courbe, c'est à dire que le signal donné par celle-ci coïncide avec signal qui aurait été émis si l'on avait alors disposé de cet outil (cf. graphique III).

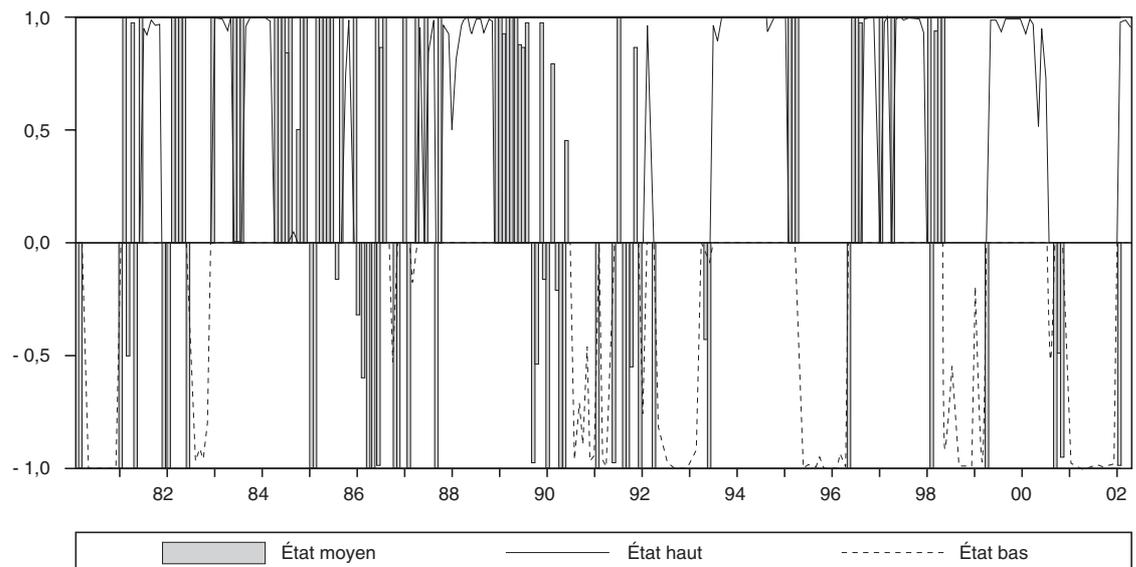
## Une interprétation essentiellement qualitative

Cet indicateur fournit une information de nature qualitative ; il ne faut pas se hasarder, lorsque l'on se trouve dans une phase du cycle que l'on a déterminée, à interpréter les mouvements de l'indicateur en termes de taux de croissance de la production industrielle. En effet, la seule information dont on dispose est le taux de croissance trimestriel moyen de la production industrielle hors construction selon que la variable cachée occupe l'état bas, l'état moyen ou l'état haut. Il prend alors respectivement pour valeur - 1,1 %, 0,6 % et 1,6 % (12). Les écart-types associés à ces taux de croissance trimestriels moyens sont respectivement estimés à 0,11 point, 0,11 point et 0,21 point. Les états conjoncturels sont donc significativement différents les uns des autres en termes de taux de croissance trimestriels de la production industrielle hors construction (au seuil de 5 %).

12. Ces chiffres proviennent d'une régression du taux de croissance trimestriel de l'indice de la production industrielle hors construction sur les trois variables indicatrices correspondant chacune à une période conjoncturelle (défavorable, incertaine et favorable) dont l'occurrence est déterminée par le modèle. Plus précisément, si  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  sont ces variables,

$$I_{it} = \begin{cases} 1 & \text{si } \Pr\{S_t = i \geq 0.5\} \\ 0 & \text{si } \Pr\{S_t = i < 0.5\} \end{cases}, \forall i = 1, 2, 3$$

Graphique III  
Indicateur de retournement



Lecture : lorsque la courbe en trait continu apparaît sur le graphique, cela signifie que l'indicateur de retournement se situe dans l'état haut. Lorsque la courbe en histogramme figure sur le graphique, l'indicateur se trouve alors dans une phase moyenne. Dans ce cas, il est possible d'affiner le diagnostic en s'intéressant au différentiel de probabilités polaires ; lorsque ce différentiel est négatif (respectivement positif), l'activité industrielle est globalement mal orientée (respectivement globalement bien orientée). Enfin, lorsque la courbe en pointillés est présentée sur le graphique, l'indicateur de retournement se trouve dans l'état bas.  
Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

L'état moyen peut caractériser une période de transition lorsqu'elle est relativement courte : les probabilités estimées de passage d'un état polaire vers l'autre ( $p_{13}$  et  $p_{31}$ ) étant nulles, la variable cachée transite nécessairement par l'état moyen ; mais il peut aussi correspondre à une phase incertaine ou hésitante du cycle, pendant laquelle l'activité dans l'industrie est atone, lorsque cette phase perdure.

Un tel état moyen peut être, on l'a vu, orienté favorablement ou défavorablement (13). Des calculs similaires conduisent à un rythme trimestriel d'augmentation de la production industrielle égal à 1,0 % lorsque cette orientation est favorable, et à 0,3 % lorsqu'elle est défavorable.

### Un indicateur validé par les principaux retournements conjoncturels des dix dernières années

Pour évaluer la capacité de cet indicateur à rendre compte de la succession des différentes phases d'activité dans l'industrie, on rapproche les signaux qu'il délivre des points de retournement conjoncturel enregistrés dans le passé. La datation de ces derniers s'appuie sur une série de référence (PIB ou production industrielle) (14). À l'instar de Gregoir et Lengart, on a choisi comme terme de comparaison l'appréciation de la conjoncture dans l'industrie telle qu'elle ressort des *Notes de conjoncture internationale* et les *Points de conjoncture internationale* publiés par la Direction de la Prévision (15). À partir de 1992, la taille de l'échantillon permet d'effectuer une simulation dynamique. La comparaison porte donc sur une période allant de janvier 1992 à avril 2002. Seuls les épisodes conjoncturels les plus significatifs sont commentés dans ce qui suit (16).

#### La récession de 1992-1993

À la mi-92, une fois publiés les comptes trimestriels pour le premier trimestre qui font état d'un redressement sensible de la croissance du PIB de la zone euro, les conjoncturistes attendent une reprise plus franche de l'activité, ce d'autant que les pays anglo-saxons – en avance sur le dernier retournement à la baisse – viennent alors de sortir de la récession. Selon eux, ce redressement de l'activité ne devrait s'opérer qu'à partir du second semestre 1992, l'ensemble

des indicateurs conjoncturels portant sur le deuxième trimestre laissant suggérer un ralentissement. On peut en effet lire dans la *Note de conjoncture* de juin 1992 : « *Les résultats des comptes du premier trimestre indiquent, à l'exception du Royaume-Uni, un redressement de l'activité. Néanmoins, les derniers indicateurs conjoncturels et les enquêtes montrent que le deuxième trimestre devrait être moins favorable. Il n'en demeure pas moins au-delà de ces à-coups conjoncturels, que les mécanismes de la reprise sont désormais en place. De ce fait, le redressement de l'activité devrait être à l'œuvre dans toutes les économies au second semestre 1992* ». De son côté, en février et mars, l'indicateur fournit un signal laissant envisager qu'un retournement est en cours dans l'industrie : la probabilité de se trouver dans un état haut de la conjoncture dépasse le seuil de 0,5, ce qui n'était pas arrivé depuis la fin de l'année 1988. Toutefois, ce signal est corrigé en avril puisque l'indicateur dénote à nouveau un état moyen. Celui-ci s'accompagne d'une activité plutôt mal orientée, si l'on se réfère à la valeur négative du différentiel des probabilités polaires. La situation devient vraiment défavorable en mai, dans la mesure où l'indicateur bascule dans l'état bas à partir de cette date. En juin, les signaux conjoncturels disponibles ne permettent pas d'anticiper une reprise de l'activité, tout au contraire (cf. graphique IV).

En fait, la production industrielle s'inscrit en repli à partir du deuxième trimestre 1992 pendant un an. Les conjoncturistes écrivent dans la *Note de conjoncture internationale* de décembre 1992 : « *L'attention se focalise à juste titre sur l'Europe de l'Ouest où, après la forte croissance du premier trimestre et les espoirs de reprise exprimés par les enquêtes de conjoncture au printemps, la déception a été vive* ». Ils constatent également : « *Au sein de la Communauté Européenne (CE), les anticipations se sont inversées en quelques mois, entre le printemps et l'automne 1992. Au printemps, si de nombreux doutes subsistaient sur la reprise américaine, en raison des facteurs structurels*

13. Selon que l'écart entre les probabilités polaires est positif ou négatif, cf. supra.

14. Pour de plus amples détails, se reporter à Gregoir et Lengart, 1998.

15. Néanmoins, la datation des retournements de la conjoncture est sujette à des critiques méthodologiques, quelle que soit la démarche utilisée pour y aboutir. Elle est par nature approximative. Se reporter à Gregoir et Lengart, 1998.

16. Une présentation complète des résultats de la validation historique est disponible dans le document de travail de la Direction de la Prévision « Un indicateur de retournement conjoncturel dans la zone euro ».

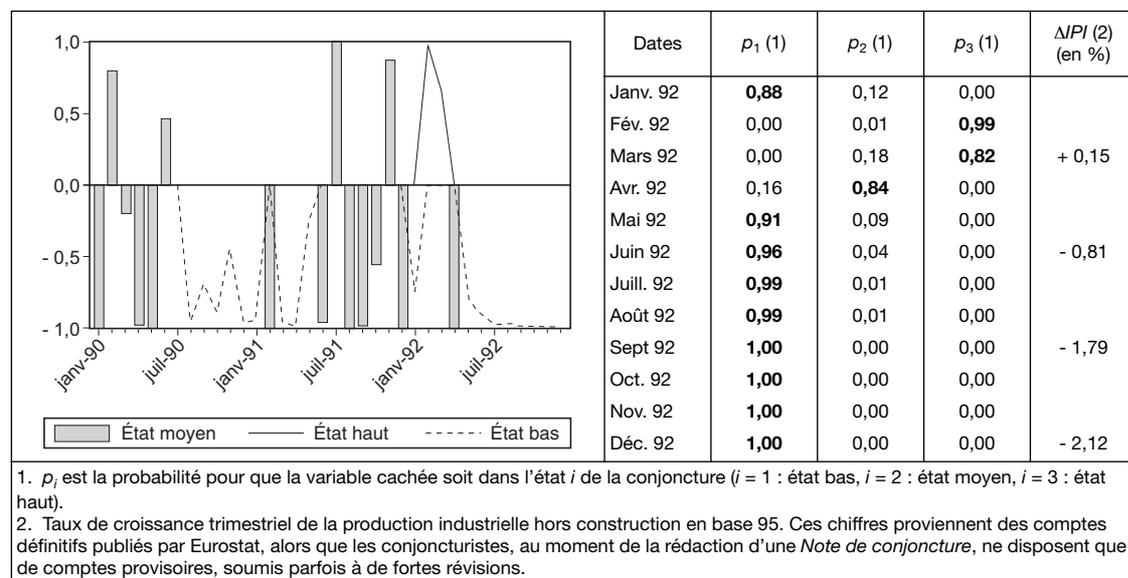
déjà évoqués, le risque de récession paraissait lointain en Europe continentale et les perspectives de croissance pour la CE semblaient devoir s'améliorer, ne serait-ce que par la probable sortie de récession du Royaume-Uni ».

### Le ralentissement de la mi-95

Encore situé dans un état haut en janvier 1995, l'indicateur bascule dans l'état moyen en février pour y rester jusqu'en avril. En mai, il annonce un retournement à la baisse, la probabilité de se trouver dans une zone de conjoncture défavorable devenant supérieure à 0,5 (cf. graphique V). De fait, l'absence de réelle reprise de la consommation affecte dès le début de 1995 les anticipations de demande des entrepreneurs. De plus, les mouvements de change du printemps 1995, liés, notamment, à la crise du peso mexicain et aux déficits américains, entraînent un durcissement des conditions monétaires : la reprise s'interrompt brusquement au printemps 1995. L'indicateur restera dans cette zone de croissance défavorable jusqu'à la fin de l'année 1995. Quant à la production industrielle, sa croissance encore nettement positive au premier semestre (+1,5 %) devient quasiment nulle au second (0,3 %).

Cependant, dans le *Point de conjoncture internationale* de mars 1995, on peut lire : « La croissance en Europe continentale accélère tout en se rééquilibrant au profit de la demande intérieure ». De même, en juillet, alors que l'indicateur de retournement se situe depuis trois mois à un niveau très proche de - 1, les conjoncturistes évoquent encore, dans la *Note de conjoncture internationale* de juillet 1995, une « consolidation de la reprise européenne ». Ils perçoivent un certain ralentissement dans l'industrie, mais en sous-estiment l'importance : « L'enquête européenne de conjoncture de juin confirme la dégradation du climat des affaires depuis le début de l'année. Les turbulences observées sur les marchés des changes ont suscité l'inquiétude des entreprises des pays à monnaie forte – Allemagne, Belgique, Pays-Bas – et provoqué une chute de leurs carnets de commandes étrangers comme de leurs perspectives de production. Au contraire, les indicateurs avancés restent bien orientés en Italie, dont les perspectives d'exportations sont stimulées par la forte dépréciation de la lire depuis le début de l'année. Cependant, dans l'ensemble des pays de l'Union Européenne, les indicateurs d'activité restent élevés. En outre, la production industrielle, même si elle a partout marqué une certaine inflexion en début d'année, demeure

Graphique IV  
Indicateur de retournement en décembre 1992



Lecture : on a fait figurer sur le graphique les trois valeurs de l'indicateur à chaque date, à savoir la valeur correspondant à l'état de la conjoncture, mais également la valeur prise par chacune des deux autres expressions de l'indicateur, que l'on considère alors comme égale à zéro. Ainsi, en janvier 1992, la conjoncture est dans un état bas ( $p_1 = 0,88$ ), et l'indicateur prend pour valeur  $0,12 - 0,88 = - 0,76$ , figuré par le point le plus bas de la courbe en pointillés. À cette date, l'indicateur d'état moyen est égal à 0 : on n'a pas représenté de point de la courbe en histogramme. Il en est de même pour l'indicateur d'état haut : la courbe en trait plein coïncide avec l'axe des abscisses. En février, en revanche, c'est la courbe en trait plein, représentative des états hauts, qu'il faut prendre en considération : elle atteint un maximum relatif, à  $0,99 - 0,01 = 0,98$ . Les probabilités qui indiquent l'état de la conjoncture sont en gras dans le tableau. Se reporter au texte.

Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

bien orientée ». Dans le *Point de conjoncture internationale* d'octobre 1995, après avoir constaté la « dégradation du climat conjoncturel au premier semestre », ils écrivent : « Les conditions d'une accélération de la croissance d'ici la fin de l'année paraissent cependant réunies ». Or, à cette date, l'indicateur ne donne aucun signal de retournement à la hausse. Finalement, ce n'est qu'en décembre 1995 que les conjoncturistes de la Direction de la Prévision prennent conscience du ralentissement économique qui affecte l'Europe continentale depuis la mi-95 : « L'Europe connaît une pause conjoncturelle d'ampleur inattendue, liée en particulier aux ajustements de stocks dans l'industrie et à l'atonie, inhabituelle en cette phase du cycle, de la consommation privée ». L'indicateur de retournement révélait, quant à lui, le changement de phase dès le mois de mai 1995.

### Le « trou d'air » de 1998

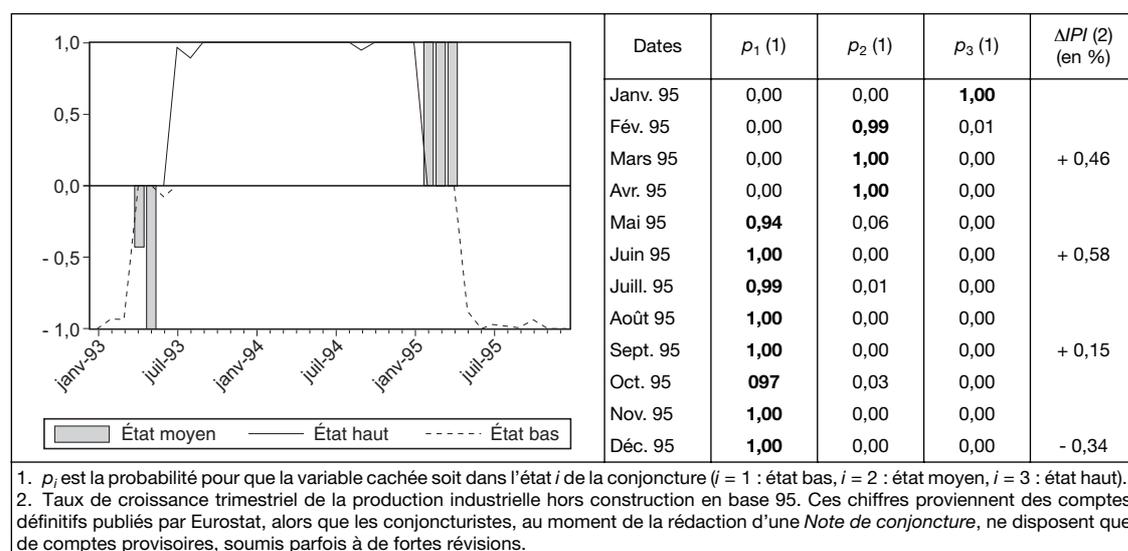
La bonne tenue de l'activité dans l'industrie au premier semestre de 1998 (+ 2,7 % en glissement) a pour effet de rassurer – à tort – les conjoncturistes. En effet, ils pensent que la vigueur de la demande intérieure sera de nature à compenser l'impact dépressif de la baisse des exportations sur l'activité industrielle : « En 1998, la croissance de l'UEM devrait s'accélérer tout en se recentrant grâce à une demande intérieure plus dynamique que l'année précédente, tirée

tant par l'investissement des entreprises que par une demande des ménages dopée par l'amélioration de la situation du marché du travail » (*Note de conjoncture internationale* de juin 1998).

Les conséquences de la crise asiatique se font cependant sentir au-delà du deuxième trimestre. Cette dernière se propage à la Russie, puis au Brésil, alors que la chute des cours du pétrole pèse sur les pays producteurs. L'Allemagne et l'Italie, principaux partenaires commerciaux de la France, sont assez durement touchés, et l'impact direct de la crise des pays émergents sur les exportations françaises s'en trouve amplifié. De fait, le ralentissement de la production industrielle dans l'ensemble de la zone euro est à relier à un fléchissement sensible des exportations que le maintien du dynamisme de la demande intérieure ne parvient pas à compenser. Ainsi, après la nette décélération de la production industrielle enregistrée au deuxième trimestre, la tendance se poursuit au troisième (- 0,1 %) pour s'accroître en fin d'année 1998 (- 0,4 %). Dans le *Point de conjoncture internationale* d'octobre 1998 (17), intitulé « La zone euro principal pôle de croissance », les conjoncturistes restent néanmoins assez confiants

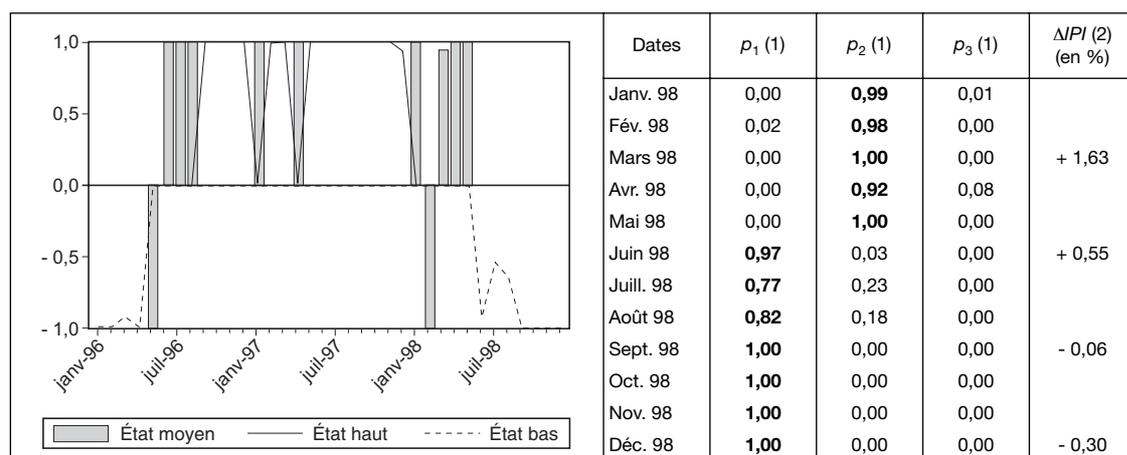
17. C'est à partir de cette date que les conjoncturistes commencent à s'intéresser directement à la conjoncture de la zone euro. A partir de décembre 1998, une fiche conjoncturelle lui est consacrée.

Graphique V  
Indicateur de retournement en décembre 1995



Lecture : on a fait figurer sur le graphique les trois valeurs de l'indicateur à chaque date, à savoir la valeur correspondant à l'état de la conjoncture, mais également la valeur prise par chacune des deux autres expressions de l'indicateur, que l'on considère alors comme égale à zéro. Se reporter au graphique IV.  
Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

Graphique VI  
Indicateur de retournement en décembre 1998

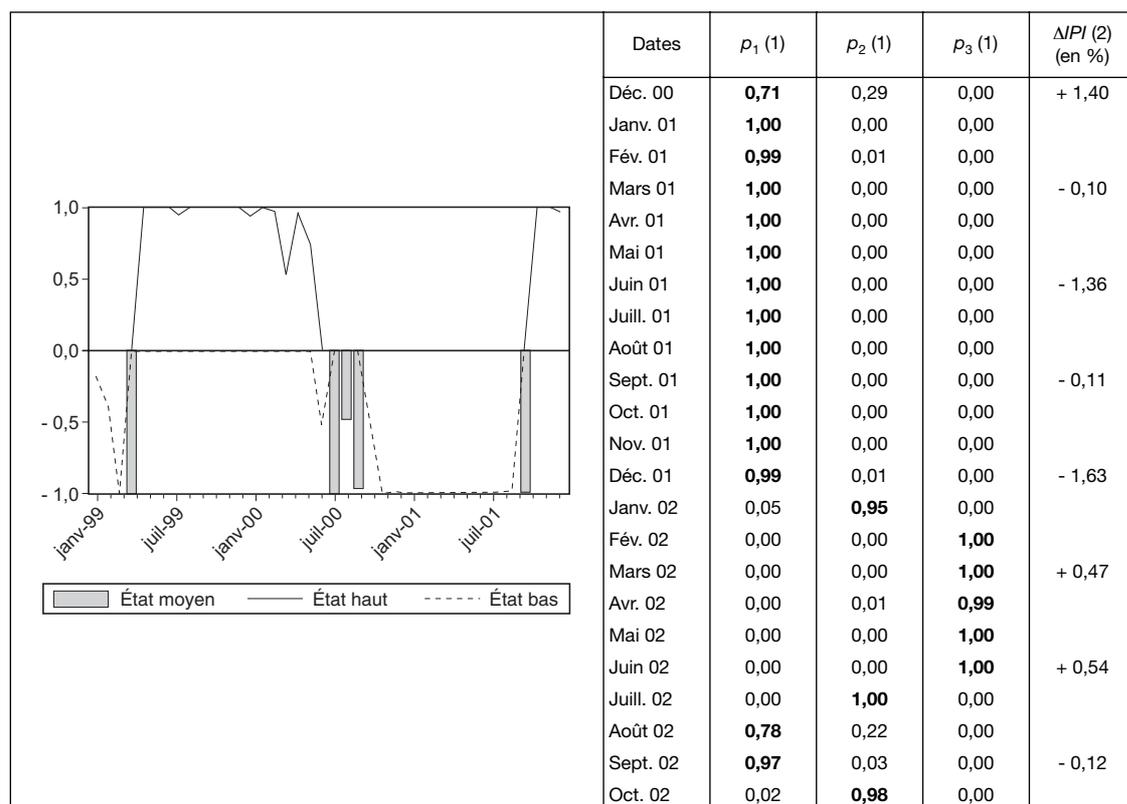


1.  $\rho_i$  est la probabilité pour que la variable cachée soit dans l'état  $i$  de la conjoncture ( $i = 1$  : état bas,  $i = 2$  : état moyen,  $i = 3$  : état haut).  
2. Taux de croissance trimestriel de la production industrielle hors construction en base 95. Ces chiffres proviennent des comptes définitifs publiés par Eurostat, alors que les conjoncturistes, au moment de la rédaction d'une Note de conjoncture, ne disposent que de comptes provisoires, soumis parfois à de fortes révisions.

Lecture : on a fait figurer sur le graphique les trois valeurs de l'indicateur à chaque date, à savoir la valeur correspondant à l'état de la conjoncture, mais également la valeur prise par chacune des deux autres expressions de l'indicateur, que l'on considère alors comme égale à zéro. Se reporter au graphique IV.

Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

Graphique VII  
Indicateur de retournement en octobre 2002



1.  $\rho_i$  est la probabilité pour que la variable cachée soit dans l'état  $i$  de la conjoncture ( $i = 1$  : état bas,  $i = 2$  : état moyen,  $i = 3$  : état haut).  
2. Taux de croissance trimestriel de la production industrielle hors construction en base 95. Ces chiffres proviennent des comptes définitifs publiés par Eurostat, alors que les conjoncturistes, au moment de la rédaction d'une Note de conjoncture, ne disposent que de comptes provisoires, soumis parfois à de fortes révisions.

Lecture : on a fait figurer sur le graphique les trois valeurs de l'indicateur à chaque date, à savoir la valeur correspondant à l'état de la conjoncture, mais également la valeur prise par chacune des deux autres expressions de l'indicateur, que l'on considère alors comme égale à zéro. Se reporter au graphique IV.

Source : enquête européenne de conjoncture dans l'industrie, et calculs des auteurs.

en l'avenir : « *La croissance en Europe continentale devrait perdurer au second semestre* ». Il faut attendre la *Note de conjoncture internationale* de décembre 1998 pour lire : « *Alors qu'elles avaient atteint un niveau très élevé en fin d'année 1997, les perspectives de production des industriels se sont fortement dégradées depuis le début de 1998, pour revenir à un niveau inférieur à leur moyenne historique en octobre dernier. Cette dégradation touche tous les pays de la zone euro, y compris ceux dans lesquels l'activité reste dynamique. Cette inflexion de la confiance des industriels européens, qui peut être pour une large part attribuée aux incertitudes suscitées par la crise financière internationale, explique le ralentissement continu de la production industrielle en cours d'année ; après avoir progressé de 1,1 % et 0,8 % aux deux premiers trimestres de l'année, l'indice de la production industrielle hors construction de la zone euro (IPI) aurait progressé de 0,6 % au troisième. Les dernières informations disponibles suggèrent au mieux une stagnation au quatrième trimestre* ».

De son côté, l'indicateur de retournement – proche de 1 depuis septembre 1996 – signale que la phase conjoncturelle est hésitante à partir du mois de janvier 1998 (la probabilité pour que la conjoncture soit « moyenne » passe le seuil des 50 %). Après être resté dans la phase conjoncturelle moyenne pendant cinq mois, l'indicateur bascule dans l'état bas en juin pour y rester jusqu'à la fin de l'année 1998 (cf. graphique VI).

### La récession mondiale de 2001

En décembre 2000 – cela avait aussi été le cas au cours du mois d'août – l'indicateur de retournement bascule dans l'état bas (cf. graphique VII). Ce signal, confirmé en février, se

prolonge jusqu'à la fin de l'année 2001. De fait, la conjonction d'un durcissement des conditions monétaires à l'œuvre à partir de mars 2000 – augmentation des taux d'intérêt à court et à long terme, éclatement de la bulle sur les marchés boursiers, hausse des primes de risque sur les marchés obligataires *corporate* –, du renchérissement du cours du pétrole, et d'une baisse de la demande extérieure produit ses effets sur la conjoncture européenne à partir du début de l'année 2001 ; les industriels réduisent fortement leurs dépenses d'investissement. En conséquence, la croissance de la production industrielle s'inscrit en repli dès le premier trimestre 2001 et jusqu'à la fin de l'année. Dans la *Note de conjoncture internationale* de juin 2001, les auteurs constatent la « *dégradation des enquêtes de conjoncture depuis près de six mois* » et considèrent que « *les enquêtes de conjoncture suggèrent un ralentissement de l'activité industrielle* ».

\*  
\* \*

Cette validation historique fait ressortir la qualité et la pertinence de l'information fournie par l'indicateur de retournement. Les signaux qu'il émet apparaissent également suffisamment précoces pour être utiles à l'élaboration d'un diagnostic conjoncturel. Non seulement l'indicateur coïncide avec l'analyse rétrospective des conjoncturistes, mais il signale les inflexions de l'activité en temps réel : on ne peut pas le qualifier d'avancé au sens strict du terme, même s'il délivre une information qui n'est alors pas encore connue en raison des délais de parution des statistiques quantitatives (sans compter que ces dernières font souvent l'objet de révisions importantes). Si les conjoncturistes avaient disposé à l'époque de cet indicateur, qui s'est révélé particulièrement robuste dans la détermination des phases du cycle, leur diagnostic en aurait été significativement amélioré. □

---

## BIBLIOGRAPHIE

**Baron G. (1999)**, Élaboration d'un indicateur probabiliste de retournement de la conjoncture française utilisant l'enquête mensuelle de la Banque de France dans l'Industrie, Ensae, Rapport de stage.

**Baron G. et Guilmeau-Baron H. (2003)**, « Un indicateur de retournement conjoncturel dans la zone euro », Direction de la Prévision, Document de travail.

**Doz C. et Lenglart F. (1996)**, « Factor Analysis and Unobserved Component Models: an Application to the Study of French Business Surveys », Insee, Document de travail G 9606.

**Doz C., Lenglart F. (1999)**, « Analyse factorielle dynamique : test du nombre de facteurs, estimation et application à l'enquête de conjoncture dans l'industrie », *Annales d'Économie et Statistique*, n° 54, pp. 91-127.

**Doz C., Lenglart F. et Rivière P. (2000)**, « Deux indicateurs synthétiques de l'activité industrielle dans la zone euro », *Note de conjoncture*, juin.

**Gregoir S. et Lenglart F. (2000)**, « Measuring the Probability of a Business Cycle Turning Point by Using a Multivariate Qualitative Hidden Markov Model », *Journal of Forecasting*, n° 19, pp. 81-102.

**Gregoir S. et Lenglart F. (1998)**, « Un nouvel indicateur pour saisir les retournements de conjoncture », *Économie et Statistique*, n° 314, pp. 39-60.

**Hamilton J.D. (1989)**, *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*, *Econometrica*, n° 57(2).

**Hamilton J.D. (1994)**, *Modeling Time Series with Changes in Regime*, *Time Series Analysis*, chapitre 22, Princeton University Press.

**Kim C.J. et Nelson C.R. (1998)**, *State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, MIT Press.

## L'ESTIMATION DU MODÈLE

On se propose d'estimer la probabilité pour que la variable cachée définie dans le texte occupe un état donné (conjoncture défavorable, moyenne ou favorable) à la période  $t$ .

On note  $S_t$  la chaîne de Markov et  $p_{ij}$  la probabilité de transition de l'état  $i$  vers l'état  $j$ , cette propriété s'écrit :

$$P(S_t = j | S_{t-1} = i, S_{t-2} = k \dots) = P(S_t = j | S_{t-1} = i) = p_{ij} \quad \forall i, j \in \{1, 2, 3\}$$

et on a :  $\sum_{j=1}^3 p_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, 2, 3$

La matrice de transition de la chaîne est donnée par : 
$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} & p_{31} \\ p_{12} & p_{22} & p_{32} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{pmatrix}$$

Si les valeurs prises par  $S_t$  ne sont pas directement observées, il est cependant possible de déterminer la nature de la phase conjoncturelle traversée à partir de l'ensemble des signaux conjoncturels rassemblés dans le vecteur des variables codées à partir des variations sur deux mois des cinq soldes d'opinion considérés  $X_t = (X_t^1, X_t^2, X_t^3, X_t^4, X_t^5)$ . En effet, ces signaux sont conditionnels à l'état de la conjoncture. Autrement dit, il est plus probable d'observer ces variations des soldes d'opinion orientées positivement (respectivement négativement) en période d'activité favorable (respectivement défavorable). On est ainsi amenés à définir les probabilités conditionnelles d'observer une classe de variation des soldes d'opinion (significativement négative, nulle ou positive) sachant l'état de la conjoncture (défavorable, moyen ou favorable) :

$$\pi_j^i(k) = P(X_t^i = x_t^i | S_t = j) \quad \forall x_t^i, j \in \{1, 2, 3\}, \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Ces probabilités sont constantes dans le temps et vérifient la relation :

$$\sum_{k=1}^3 \pi_j^i(x_t^i) = 1 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

La matrice des probabilités conditionnelles s'écrit :

$$\pi_{(3 \times 5, 3)} = \begin{pmatrix} \pi_1^1(1) & \pi_2^1(1) & \pi_3^1(1) \\ \pi_1^1(2) & \pi_2^1(2) & \pi_3^1(2) \\ \pi_1^1(3) & \pi_2^1(3) & \pi_3^1(3) \\ \pi_1^2(1) & \pi_2^2(1) & \pi_3^2(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \pi_1^i(1) & \pi_2^i(1) & \pi_3^i(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \pi_1^5(3) & \pi_2^5(3) & \pi_3^5(3) \end{pmatrix}$$

En imposant la nullité des probabilités de passage d'un état polaire vers l'autre ( $p_{13}$  et  $p_{31}$ ) de telle sorte que pour passer d'une période de haute conjoncture à une période de basse conjoncture (ou l'inverse), la variable cachée est « obligée » de transiter par l'état moyen, les probabilités de transition markoviennes à estimer sont réduites au nombre de 4. Pour sa part, le nombre de probabilités conditionnelles à estimer à l'issue de la maximisation de la vraisemblance s'élève à 30, ce qui porte le nombre total de paramètres du modèle à 34.

D'autre part, la variable markovienne étant supposée synthétiser l'information commune aux variables codées, ces dernières sont indépendantes entre elles conditionnellement à la variable  $S_t$  :

$$P(X_t = x_t | S_t = j) = \prod_{i=1}^5 P(X_t^i = x_t^i | S_t = j)$$

En notant  $I_t$  l'ensemble d'informations disponibles jusqu'à la date  $t$ ,  $I_t = \{x_t, x_{t-1}, x_{t-2} \dots x_1\}$ , la vraisemblance du modèle s'écrit selon la formule de Bayes :

$$P(X_T = x_T, X_{T-1} = x_{T-1}, \dots, X_1 = x_1) = \prod_{t=2}^T P(X_t = x_t | I_{t-1}) \cdot P(X_1 = x_1)$$

Dans la mesure où l'on n'observe pas les réalisations de  $S_t$  mais seulement celles de  $X_t$ , l'obtention de la vraisemblance n'est pas directe, mais se fait à l'aide d'un algorithme récursif dit de filtrage.

### Algorithme de filtrage

L'initialisation de l'algorithme de filtrage s'effectue en posant les différentes probabilités  $P(S_t | I_0)$  égales aux probabilités invariantes associées à la chaîne de Markov (1). Ces dernières se calculent à partir de la matrice de transition de la chaîne. En effet, on a :

$$\text{d'une part, } \sum_{i=1}^3 p_{it}^* = 1 \quad (1),$$

$$\text{et d'autre part, } p_{it}^* = \sum_{j=1}^3 p_{ji} \cdot p_{j,t-1}^* \quad (2)$$

$$\text{où } p_{it}^* = P(S_t = i) \quad \forall i = 1, 2, 3$$

$$\text{Or selon la définition des probabilités invariantes, on a aussi : } p_{it}^* = p_{i,t-1}^* = p_i^* \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (3).$$

En rassemblant les  $p_i^*$  dans un vecteur  $\hat{p}^* = (p_1^*, p_2^*, p_3^*)'$  et en utilisant les équations (1), (2) et (3) il vient alors :

$$\begin{bmatrix} Id_3 - P \\ e_3 \end{bmatrix} \hat{p}^* = \begin{bmatrix} 0_3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{En posant } A = \begin{bmatrix} Id_3 - P \\ e_3 \end{bmatrix}, \text{ on obtient finalement : } \hat{p}^* = (A'A)^{-1} A' \begin{bmatrix} 0_3 \\ 1 \end{bmatrix} = P(S_t | I_0)$$

Une fois l'initialisation effectuée, les calculs issus des différentes étapes de l'algorithme de filtrage pour obtenir la vraisemblance peuvent être effectués de la manière suivante :

1. Soit  $x_t = (x_t^1 \ x_t^2 \ x_t^3 \ x_t^4 \ x_t^5)'$  avec  $x_t^i \in \{1, 2, 3\} \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  les réalisations du vecteur aléatoire  $X$  en  $t$ .

$$\begin{aligned} \forall j \in \{1, 2, 3\}, P(S_t = j | I_t) &= P(S_t = j | X_t = x_t, I_{t-1}) \\ &= \frac{P(S_t = j, X_t = x_t | I_{t-1})}{P(X_t = x_t | I_{t-1})} \\ &= \frac{P(S_t = j | I_{t-1}) \cdot P(X_t = x_t | S_t = j, I_{t-1})}{P(X_t = x_t | I_{t-1})} \\ &= \frac{P(S_t = j | I_{t-1}) \cdot \prod_{i=1}^5 P(X_t^i = x_t^i | S_t = j, I_{t-1})}{P(X_t = x_t | I_{t-1})} \end{aligned}$$

2. Les probabilités  $P(S_{t+1} = k | I_t)$  définies pour  $k \in \{1, 2, 3\}$  sont obtenues en intégrant sur les valeurs prises par  $S_t$  :

$$\begin{aligned} P(S_{t+1} = k | I_t) &= \sum_{j=1}^3 P(S_{t+1} = k, S_t = j | I_t) \\ &= \sum_{j=1}^3 P(S_t = j | I_t) \cdot P(S_{t+1} = k | S_t = j, I_t) \\ &= \sum_{j=1}^3 P(S_t = j | I_t) \cdot p_{jk} \end{aligned}$$

1. Cette initialisation est la plus couramment utilisée. On a choisi en revanche d'initialiser le filtre aux probabilités issues des signaux observés à la première date, c'est à dire en mars 1980. 2 signaux sur 5 étant significativement orientés à la baisse et 3 signaux sur 5 étant significativement non différents de 0, on impose les probabilités suivantes :  $P(S_t | I_0) = (\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, 0)$ . Cette méthode d'initialisation fournit des résultats identiques à ceux issus d'une initialisation à partir des probabilités invariantes de la chaîne de Markov et semble présenter l'avantage de permettre une convergence plus rapide.

3. Les probabilités  $P(X_{t+1} = x_{t+1} | I_t)$  définies pour  $j \in \{1,2,3\}$  sont obtenues en intégrant sur les valeurs prises par  $S_{t+1}$  :

$$\begin{aligned} P(X_{t+1} = x_{t+1} | I_t) &= \sum_{k=1}^3 P(X_{t+1} = x_{t+1}, S_{t+1} = k | I_t) \\ &= \sum_{k=1}^3 P(S_{t+1} = k | I_t) \cdot P(X_{t+1} = x_{t+1} | S_{t+1} = k, I_t) \\ &= \sum_{k=1}^3 P(S_{t+1} = k | I_t) \cdot \prod_{j=1}^5 P(X_{t+1}^j = x_{t+1}^j | S_{t+1} = k, I_t) \\ &= \sum_{k=1}^3 P(S_{t+1} = k | I_t) \cdot \prod_{j=1}^5 \pi_k^j(x_{t+1}^j) \end{aligned}$$

Finalement, l'itération de ces trois étapes pour  $t = 1, \dots, T$  permet *in fine* de calculer la vraisemblance de l'échantillon et d'estimer les paramètres du modèle en utilisant la méthode du maximum de vraisemblance. On obtient ensuite les probabilités filtrées, c'est-à-dire lorsque l'ensemble d'informations utilisé pour réaliser une inférence sur  $S_t$  ne contient que les observations courante et passées ( $I_t$ ) :  $P(S_t | I_t)$ . Il est également possible d'obtenir les probabilités dites lissées, c'est-à-dire lorsque cette inférence est conditionnelle à toute l'information contenue dans l'échantillon ( $I_T$ ) :  $P(S_t | I_T)$ . Elles sont calculées au moyen de l'algorithme récursif de lissage suivant :

$$P(S_t = j | I_T) = \sum_{k=1}^3 P(S_{t+1} = k, S_t = j | I_T) = \sum_{k=1}^3 P(S_t = j | S_{t+1} = k, I_T) \cdot P(S_{t+1} = k | I_T)$$

Or,

$$\begin{aligned} P(S_t = j | S_{t+1} = k, I_T) &= P(S_t = j | S_{t+1} = k, X_T = x_T, X_{T-1} = x_{T-1}, \dots, X_{t+1} = x_{t+1}, I_t) \\ &= \frac{P(S_t = j, X_T = x_T, X_{T-1} = x_{T-1}, \dots, X_{t+1} = x_{t+1} | S_{t+1} = k, I_t)}{P(X_T = x_T, X_{T-1} = x_{T-1}, \dots, X_{t+1} = x_{t+1} | S_{t+1} = k, I_t)} \\ &= \frac{P(X_T = x_T, X_{T-1} = x_{T-1}, \dots, X_{t+1} = x_{t+1} | S_{t+1} = k, S_t = j, I_t) \cdot P(S_t = j | S_{t+1} = k, I_t)}{P(X_T = x_T, X_{T-1} = x_{T-1}, \dots, X_{t+1} = x_{t+1} | S_{t+1} = k, I_t)} \\ &= P(S_t = j | S_{t+1} = k, I_t) \\ &= \frac{P(S_{t+1} = k, S_t = j | I_t)}{P(S_{t+1} = k | I_t)} \\ &= \frac{P(S_{t+1} = k, S_t = j | I_t)}{P(S_{t+1} = k | I_t)} \\ &= \frac{P(S_{t+1} = k | S_t = j, I_t) \cdot P(S_t = j | I_t)}{P(S_{t+1} = k | I_t)} \\ &= \frac{p_{jk} \cdot P(S_t = j | I_t)}{P(S_{t+1} = k | I_t)} \end{aligned}$$

$$\text{D'où, } P(S_t = j | I_T) = \sum_{k=1}^3 \frac{p_{jk} \cdot P(S_t = j | I_t)}{P(S_{t+1} = k | I_t)} \cdot P(S_{t+1} = k | I_T)$$

Etant donnée la probabilité  $P(S_T = j | I_T)$  pour  $j \in \{1,2,3\}$ , obtenue à la dernière itération du filtre, on peut initialiser l'algorithme de lissage et, en utilisant les probabilités  $P(S_t = j | I_t)$  et  $P(S_{t+1} = k | I_t)$  déterminées lors du filtrage, on peut itérer pour  $t = T-1, T-2, \dots, 1$  afin d'obtenir les probabilités lissées  $P(S_t = j | I_T) \forall t = 1, 2, \dots, T, \forall j \in \{1,2,3\}$ .

# La référence annuelle pour découvrir l'économie française

26<sup>ème</sup> édition

Données actuelles,  
analyses et commentaires,  
l'outil incontournable  
sur la France économique  
et sociale

12 €  
200 pages  
Ref. : TEFO2



Retrouvez cet ouvrage en librairie,  
à l'Insee et sur [www.insee.fr](http://www.insee.fr)

  
**INSEE**