

L'université française, lieu de brassage ou de ségrégation sociale ?

Mesure de la polarisation du système universitaire français (2007-2015)

Romain Avouac et Hugo Harari-Kermadec
Annexe en ligne / Online Appendix

C1 – L'indice d'entropie normalisé

Formellement, l'indice d'entropie normalisé est défini de la manière suivante :

$$H = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^J \frac{t_j}{TE} \pi_{jm} \ln \frac{\pi_{jm}}{\pi_m}$$

où t_j correspond au nombre d'étudiants inscrits dans l'établissement j , T au nombre total d'étudiants, π_{jm} à la proportion d'étudiants inscrits dans l'établissement j et dont le parent référent a pour CS m , et π_m la proportion d'étudiants dont le parent référent a pour CS m dans la population totale. L'indice d'entropie correspond donc à une moyenne pondérée (par la taille de chaque établissement) des écarts entre la distribution des compositions sociales dans les établissements et celle de la population étudiante complète, normalisée par la taille de cette dernière.

Afin de faire le lien entre les résultats obtenus avec l'indice de polarisation et l'indice de ségrégation, nous décomposons ce dernier selon les quatre groupes d'établissements issus de la CAH. Cette opération est rendue possible par la propriété de décomposabilité de l'indice de ségrégation selon les unités. Si les J unités peuvent être regroupées dans K groupes, l'indice se réécrit :

$$H = H_{INTER} + \sum_{k=1}^K \frac{t_k E_k}{TE} H_k$$

où H_{INTER} est l'indice de ségrégation inter-groupes et les $\{H_k, k = 1, \dots, K\}$ correspondent aux indices de ségrégation intra-groupes.

Comme pour l'indice de polarisation ci-dessous, la valeur de l'indice de ségrégation n'a pas de sens en elle-même : s'il est normalisé entre 0 et 1, ses propriétés mathématiques font qu'il est en pratique très rare d'observer des valeurs élevées de l'indice. C'est donc dans la mesure de l'évolution de la ségrégation qu'il s'avère particulièrement pertinent. Pour une présentation très détaillée et pédagogique des propriétés de l'indice d'entropie normalisé, nous invitons le lecteur à se référer à Givord *et al.* (2016).

C2 – La mesure de polarisation d'Esteban et Ray

La mesure de la polarisation est bien plus proche de celle de la ségrégation que des mesures d'inégalité de type Gini. Mais la première s'intéresse à l'émergence de modes au sein d'une distribution unique, alors que la seconde traite de catégories prédéfinies distinctes (typiquement des catégories ethniques) dont les membres sont répartis dans des dispositifs prédéfinis (typiquement des écoles) et non autour de valeurs distinctes dans la distribution d'une variable continue commune. On pourrait ainsi parler de ségrégation entre PCS populaires et PCS favorisées (ou entre bacs généraux et bacs technologiques et professionnels) dans des groupes d'universités différentes.

Le cadre économétrique de la polarisation que nous mobilisons a été proposé par Esteban & Ray (1994). Depuis, plusieurs auteurs ont développé des variantes de celle-ci – notamment dans les cas de de groupes non identifiés et/ou définis de manière continue – et l'ont appliqué à différentes populations (Wang & Tsui, 2000 ; Duclos *et al.*, 2004 ; Anderson, 2011).

La mesure d'Esteban et Ray est basée sur une axiomatisation de la polarisation que nous avons reprise dans la définition ci-dessus. Ces axiomes imposent trois conditions sur la distribution étudiée : un fort degré d'homogénéité au sein des groupes ; un fort degré d'hétérogénéité entre les différents groupes ; un faible nombre de groupes chacun de taille significative. Dans leur article, les auteurs considèrent une distribution de revenus. Cependant, ils notent que « plus généralement, même si l'espace des attributs est multidimensionnel, l'analyse n'est pas perturbée tant que les différences entre les attributs peuvent être représentés par une métrique » (Esteban & Ray, 1994, p. 823 – notre traduction de l'anglais). Cette remarque caractérise bien notre cas : l'attribut multidimensionnel correspond à la composition sociale des universités, que nous résumons par un indice synthétique construit à partir de l'ACP.

Nous présentons à présent le cadre formel tel que développé par Esteban et Ray pour définir la mesure de polarisation. Nous justifions ensuite la pertinence de ce cadre relativement à notre objet d'étude.

Soit $(\pi, \gamma) \equiv (\pi_1, \dots, \pi_n, \gamma_1, \dots, \gamma_n)$ une distribution, où $\pi_i > 0$ est le poids attribué au groupe i – dans notre cas, la part d'étudiants inscrits dans les établissements du groupe i – et $\gamma_i \in \mathbb{R}$ la moyenne de l'attribut dans le

L'université française, lieu de brassage ou de ségrégation sociale ? Mesure de la polarisation du système universitaire français (2007-2015)

Romain Avouac et Hugo Harari-Kermadec
Annexe en ligne / Online Appendix

groupe i – dans notre cas, l'indice de composition sociale. Soit $I(p)$ une fonction d'"identification", qui traduit le fait qu'un individu ressent un sentiment d'identification vis-à-vis des individus qui ont un indice proche du sien. Soit $a(\delta(y_i, y_j))$ une fonction d'« aliénation », qui représente l'aliénation que peut ressentir un individu par rapport à ceux qui sont « loin » de lui dans la distribution de l'indice. Enfin, soit $T(I, a)$ une fonction d'« antagonisme effectif », qui traduit le fait que le sentiment d'identification d'un individu peut influencer l'expression de son aliénation. La polarisation totale est alors définie comme la somme de tous les antagonismes effectifs :

$$P(\pi, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \pi_i \pi_j T[I(\pi_i), a(\delta(y_i, y_j))]$$

Les auteurs montrent que pour que cette mesure respecte les axiomes mentionnés précédemment, elle doit être de la forme :

$$P^*(\pi, y) = K \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \pi_i^{1+\alpha} \pi_j |y_i - y_j|$$

Avec $K > 0$ une constante et $\alpha \in (0; 1.6]$.

L'expression P^* correspond à l'indice de polarisation d'Esteban et Ray. Cette mesure est directement calculable en choisissant les valeurs de K et α . La constante K peut être utilisée pour normaliser la population, mais n'a aucune influence sur l'ordre lors de la comparaison des degrés de polarisation de différentes distributions. Nous la fixons à l'unité. Le paramètre α peut être interprété comme un degré de « sensibilité à la polarisation » de la population, qui dépend du degré d'homogénéité des groupes. Si $\alpha = 0$, les groupes sont supposés parfaitement homogènes et la sensibilité à la polarisation est donc maximale. De fait, la sensibilité à la polarisation de la population est difficile à évaluer *a priori*. Une pratique commune dans la littérature consiste à calculer la mesure pour différentes valeurs de α afin de tester la robustesse des résultats à des variations de ce paramètre.

Enfin, notons que pour $\alpha = 0$, la mesure de polarisation P^* correspond de fait à un indice de Gini calculé entre les groupes, à une constante multiplicative près. Comme le remarquent les auteurs, « c'est précisément le fait que les poids des groupes soient élevés à une puissance supérieure à un qui est à l'origine du comportement différent de la mesure de polarisation » par rapport aux mesures d'inégalités classiques. Plus la valeur de α est élevée, plus cette différence de comportement est marquée.

Références

- Anderson, G. (2011).** Polarization measurement and inference in many dimensions when subgroups can not be identified. *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, 5, 1–19. <https://dx.doi.org/10.5018/economics-ejournal.ja.2011-11>
- Duclos, J.-Y., Esteban, J.-M. & Ray, D. (2004).** Polarization: concepts, measurement, estimation. *Econometrica*, 72, 1737–1772. <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/49713/1/66798416X.pdf>
- Esteban, J.-M. & Ray, D. (1994).** On the Measurement of Polarization. *Econometrica*, 62, 819–851. <https://doi.org/10.2307/2951734>
- Givord, P., Guillerm, M., Monso, O. & Murat, F. (2016).** La ségrégation sociale entre les collèges : Quelles différences entre public et privé, aux niveaux national, académique et local ? *Éducation et Formations*, Massification scolaire et mixité sociale, 53–76. <https://hal.archives-ouvertes.fr/halshs-01447198/>
- Wang, Y.-Q. & Tsui, K.-Y. (2000).** Polarization Orderings and New Classes of Polarization Indices. *Journal of Public Economic Theory*, 2, 349–363. <https://doi.org/10.1111/1097-3923.00042>