ANNEXE 1 - LE POIDS DES HYPOTHESES DANS LE CALCUL DES QUOTIENTS

L'hypothèse d'une répartition des événements démographiques uniforme sur l'année ignore la saisonnalité des décès et des naissances qui peut être déterminée ainsi que la saisonnalité des migrations qui n'est pas connue en dehors d'études ponctuelles.

Il faut noter que l'approximation faite sur la saisonnalité des naissances et des décès est toujours conditionnée par la saisonnalité des migrations aussi, l'approximation ne pourrait être levée que partiellement. Le gain en qualité des résultats serait donc assez aléatoire pour un coût certain :

- complexification importante des équations du modèle et de sa mise en œuvre
- lourdeur du système qui aurait besoin de données supplémentaires.

La seconde hypothèse qui ne distingue pas les comportements de la population migrante et plus particulièrement des immigrants de celle des non-migrants est plus discutable. Certaines études montrent que les immigrants n'adoptent les comportements des habitants de la zone qu'au bout d'un certain laps de temps (« transition » démographique).

Ceci impliquerait de faire converger les quotients des immigrants de la valeur de leur zone de départ vers ceux de leur zone d'arrivée, d'élaborer des quotients spécifiques pour l'étranger et de distinguer les immigrants selon leur zone de provenance. Concilier, dans les hypothèses de projection, les quotients annuels appliqués à l’ensemble de la population résidente et ces quotients évolutifs est une opération lourde et complexe, pour un gain de qualité incertain. L’approximation induite par l’hypothèse est de second ordre. Tous les quotients de référence dépendent implicitement non seulement de la population non migrante, mais aussi des flux migratoires de la période de référence. Ce qui n’est pas pris en compte, c’est l’incidence des changements futurs des sources d’immigration quand elles présentent des caractéristiques démographiques sensiblement différentes.

ANNEXE 2 - CALCUL THEORIQUE DES FLUX A PARTIR DES QUOTIENTS

Remarques liminaires : Il s'agit d'un calcul théorique s'appuyant sur le calcul différentiel et intégral et qui justifie les équations du modèle, et non bien sûr des calculs du modèle, essentiellement discrets.

A2.1 Calcul théorique des décès et migrations nettes à partir des quotients

Considérons un territoire donné de population P au début d'une année donnée et pour laquelle les quotients de mortalité, d'immigration et d'émigration sont QD, QI et QE.

Pour simplifier le texte, les hypothèses utilisées pour construire le modèle seront dénommées :

- {H1} - équirépartition sur l'année des naissances, décès et migrations
- {H2} - égalité des quotients de la population stable et de tous les migrants

Dans la population P, le nombre d'émigrants potentiels vaut PE=P.QE

et le reste de la population non migrante (stable) PS=P.(1-QE)

Compte tenu de l'hypothèse {H2}, les décès de la population stable valent :

$$DS = QD.PS = QD.P.(1 - QE)$$

Pour les émigrants, seuls les décès avant le départ ont lieu dans le territoire.

Selon l'hypothèse {H1}, le nombre d'émigrants dans l'intervalle de temps t et t+dt est constant : P.QE.dt.

Selon {H1} et {H2}, les décès de ces émigrants dans l'intervalle x et x+dx sont : P.QD.QE.dx.dt.

Les décès avant migration sont obtenus en considérant pour l'ensemble de l'année (t variant de 0 à 1), les décès qui ont lieu entre 0 et t soit :

$$DE = \int_{t=0}^{1} \int_{x=0}^{t} P.QE.QD.dx.dt = P.QE.QD \int_{t=0}^{1} t.dt = P.QE.QD / 2$$

Pour les immigrants, le raisonnement est le même :

les immigrants potentiels en cours d'année sont : PI=P.QI

Seul les décès après l'arrivée auront lieu dans le territoire. C'est-à-dire en utilisant les hypothèses {H1} et {H2} :

$$DI = \int_{t=0}^{1} \int_{x=t}^{1} P.QI.QD.dx.dt = P.QI.QD \int_{t=0}^{1} (1-t)dt = P.QI.QD / 2$$

La somme de DS, DI et DE donne le total des décès qui se produisent dans le territoire :

$$D = P.QD.(1 + [QI - QE] / 2) = P.QD.(1 + QM / 2)$$

Du point de vue des migrations, les arrivées dans le territoire sont les immigrants potentiels moins les décès avant migration (égaux à DI en intégrant x de 0 à t). Les départs sont les émigrants potentiels sauf les décès avant départ (DE). Soit un bilan de :

$$M = P.[QI - QE](1 - QD/2) = P.QM.(1 - QD/2)$$

A2.2 Calcul théorique des naissances à partir des quotients

Pour les naissances, on considère le même cas que pour les décès et migrations, mais pour une population P de femmes, en âge d'avoir des enfants, ayant un quotient de fécondité QF.

- La probabilité pour une femme de mettre au monde un enfant à l'instant n, n+dn est QF.dn
- La probabilité pour une femme d'émigrer à l'instant t, t+dt est QE.dt
- La probabilité pour une femme d'immigrer à l'instant t, t+dt est QI.dt
- La probabilité pour une femme de décéder à l'instant d, d+dd est QD.dd

Pour la population stable sans décès :

$$NS1 = QF.P.(1 - QE)(1 - QD)$$

Pour les femmes non migrantes mais décédées, il faut dénombrer les naissances avant décès :

$$NS2 = \int_{d=0}^{1} \int_{n=o}^{d} QF.P.(1-QE)QD.dn.dd = QF.P.(1-QE)QD/2$$

Pour les femmes émigrantes non décédées, il faut dénombrer les naissances avant migration :

$$NE1 = \int_{t=0}^{1} \int_{n=o}^{t} QF.P.QE(1-QD).dn.dt = QF.P.QE(1-QD)/2$$

Pour les femmes émigrantes décédées, seules les naissances avant décès des femmes décédées dans le territoire interviennent (DE dans le calcul des décès en annexe A2-1) :

$$NE2 = \int_{d=0}^{1} \int_{n=o}^{d} QF.P.QE.QD/2.dn.dd = QF.P.QE.QD/4$$

Pour les femmes immigrantes non décédées, il faut dénombrer les naissances après migration :

$$NI1 = \int_{t=0}^{1} \int_{n=t}^{1} QF.P.QI(1-QD).dn.dt = QF.P.QI(1-QD)/2$$

Pour les femmes immigrantes décédées, seules les naissances avant décès des femmes décédées dans le territoire interviennent (DI en annexe A2-1) :

$$NI2 = \int_{d=0}^{1} \int_{n=o}^{d} QF.P.QI.QD/2.dn.dd = QF.P.QI.QD/4$$

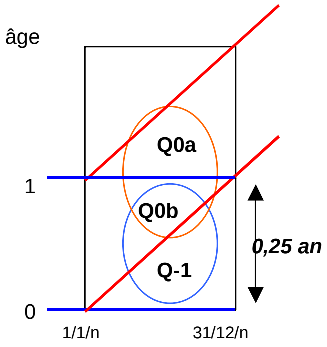
Au total, le nombre de naissances dans la zone est :

$$N = QF.P.(1-QD/2)(1+QI/2-QE/2) = QF.P.(1-QD/2)(1+QM/2)$$

ANNEXE 3 - LA MORTALITE INFANTILE DANS LE CALCUL DE L'ESPERANCE DE VIE

Dans le calcul classique de l'espérance de vie, la durée moyenne de vie entre la naissance et l'âge d'1 an correspond sur le diagramme de Lexis aux décès entre les deux horizontales à 0 et 1 an rapportés aux naissances de l'année et aux enfants nés l'année précédente présents au premier janvier. Pour Omphale, le quotient de mortalité au cours de la première année de vie est le quotient à -1 an et une partie indéterminée du quotient à 0 ans : quotient de décès avant anniversaire, Q0b sur le graphique.

Figure 8 : Les quotients de mortalité de la première année de vie sur le diagramme de Lexis



CALCUL 1 :

On suppose les décès uniformément répartis sur l'année. Entre les instants x et x+dx, le nombre de décès est alors égal à N.QD.dx. Ces enfants sont nés uniformément entre les dates t=0 et t=x et décédés à l'âge x-t. L'âge moyen au décès est donc :

$$n = \frac{\int_{x=0}^{1} \int_{t=0}^{x} (x-t) N.QD.dt \cdot dx}{\int_{x=0}^{1} N.QD.dx} = \frac{1}{6}$$

CALCUL 2 :

Le calcul précédent est peu satisfaisant car il suppose qu'il y a autant de décès au début de l'année qu'à la fin alors que les enfants ne sont pas tous nés ! Une solution consiste à considérer que le quotient de mortalité est constant.

Les naissances sont uniformément réparties sur l'année : le nombre de naissances entre t et t+dt est N.dt.

Parmi ces naissances, le nombre de décès relatif à ces naissances à l'instant x+dx est N.QD.dx.dt. L'âge au décès est x-t. D'où le calcul de la durée moyenne de vie des enfants décédés :

$$n = \frac{\int_{t=0}^{1} \int_{x=t}^{1} (x-t) N.QD.dx \cdot dt}{\int_{t=0}^{1} \int_{x=t}^{1} N.QD.dx \cdot dt} = \frac{1}{3}$$

Bien que plus satisfaisant, ce calcul est loin de la réalité : la répartition des décès avant un an est en fait de l'ordre de deux tiers avant 28 jours (45 % avant 7 jours) et d'un tiers pour le reste de l'année.

Finalement, on ne retient aucun de ces deux calculs, et on prend par convention n=0,25. Comme la mortalité infantile est faible (<1 %), la valeur de n se répercute à plus de 99 % sur l'espérance de vie. La valeur 0,25 correspond bien à l'espérance de vie calculée pour les projections nationales.

Tableau 4 : Espérance de vie métropolitaine selon diverses sources

	Projection nationale	Situation démographique	n=0,25
Hommes 1999	75,0	74,99	75,01
Femmes 1999	82,7	82,52	82,69
Hommes 2029	80,8		80,86
Femmes 2029	88,1		88,16

ANNEXE 4 - L'EVOLUTION LOGISTIQUE DES TAUX

A4.1 Une autre approche de l'hypothèse d'évolution logistique des taux

Considérons le cas des taux d'activité d'un sexe et d'un âge donnés. La projection nationale fait évoluer les taux, il convient de faire évoluer les taux d'une zone quelconque en fonction de l'évolution nationale.

On pose par exemple :

$$TA_{z,t,s,i} = TA_{z,R,s,i} \cdot \frac{TA_{.,a,s,i}}{TA_{.,R,s,i}}$$

Ce raisonnement s'applique aussi au complément à un des taux : les taux d'inactivité, d'où

$$1 - TA_{z,t,s,i} = (1 - TA_{z,R,s,i}) \cdot \frac{(1 - TA_{.,a,s,i})}{(1 - TA_{.,R,s,i})}$$

Pour résoudre le système, on peut faire le rapport des deux formules. Le taux d'activité est alors :

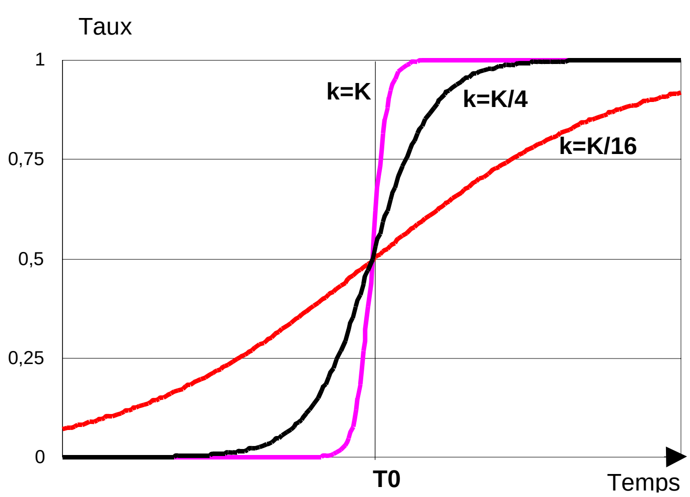
$$TA_{z,t,s,i} = \frac{TA_{z,R,s,i}\left(1 - TA_{.,R,s,i}\right)TA_{.,t,s,i}}{TA_{z,R,s,i}\left(1 - TA_{.,R,s,i}\right)TA_{.,t,s,i} + (1 - TA_{z,R,s,i})TA_{.,R,s,i}(1 - TA_{.,t,s,i})}$$

Cette expression est identique à celle présentée dans le texte.

A4.2 Quelques aspects de l'évolution logistique

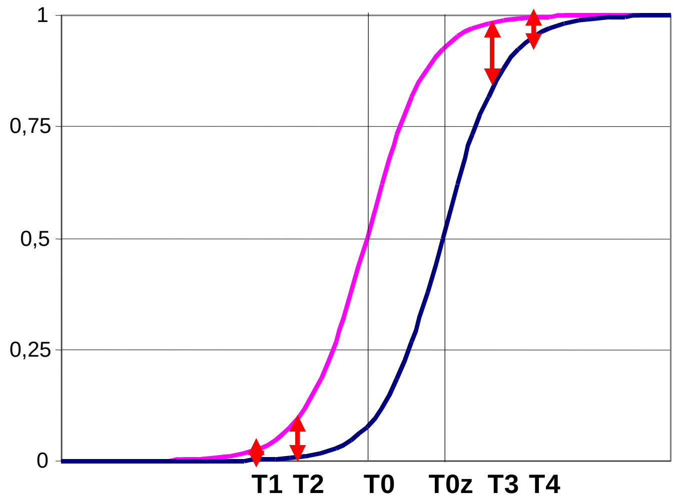
Prenons un taux T évoluant selon une fonction logistique. La fonction est définie par le temps T0 où le taux vaut 0,5 et la pente K en T0. La figure 9 donne quelque courbes de la famille pour des pentes k=K, k=K/4 et k=K/16. Les taux peuvent aussi décroître en fonction de temps, k est alors négatif.

Figure 9 : Exemples de courbes d'évolution logistique



Par hypothèse dans Omphale, la valeur de k est la même quelle que soit la zone, seule la valeur de T0 est caractéristique de la zone. Cette hypothèse conduit à une évolution parallèle des taux avec un décalage temporel tel que représenté sur la figure 10: la zone peut être en avance ou en retard sur la métropole. Ce parallélisme peut entraîner selon la position relative de la zone par rapport à la métropole et de la valeur du taux un accroissement de l'écart entre les taux (entre T1 et T2 sur le graphique) ou une réduction de l'écart (entre T3 et T4 sur le graphique).

Figure 10 : Exemple de décalage temporel entre deux zones



Par exemple dans les projections de ménages réalisées en 2003 [4]:

- Le taux de chefs de ménage des femmes de 40 ans passe de 19,6 % en 1999 à 24,9 % en 2030 : soit 5,30 points de hausse pour une augmentation relative de 27,0 %.
- L'Île-de-France est « en avance », le taux de 24,8 % en 1999 passe à 31,0 % en 2030 : soit 6,2 points de hausse pour une augmentation relative de 24,9 %.
- Le Nord - Pas-de-Calais est « en retard », le taux passe de 17,1 % à 21,9 % : soit 4,8 points d'augmentation pour une hausse relative de 28,2 %.

Finalement, de 1999 à 2030 la progression du taux est plus rapide pour le Nord - Pas-de-Calais que pour l'Île-de-France, mais l'écart en points s'est creusé.