Trente ans de comparaison des inégalités des chances : quand la méthode retenue conditionne la conclusion

✎ *Jean-Claude Combessie**

Les comparaisons de l'inégalité des chances, aussi bien à travers les époques qu'à partir de données contemporaines, ont suivi et soutenu le développement de la statistique : celui de ses méthodes comme celui de ses enjeux éthiques et politiques. La question de la représentativité statistique des enquêtes et celle de la pertinence des indicateurs ont été bien plus souvent discutées que celle des méthodes appliquées à la comparaison : c'est d'elle que traite cet article. Évoquant la genèse d'un débat ouvert il y a vingt ans (Combessie, 1984) sur les conclusions contradictoires, voire incohérentes, issues de l'application des diverses mesures de comparaison, il souligne d'abord la permanence d'une attente de conclusion univoque mais aussi la variation des préférences de méthode. Les exemples sont empruntés aux statistiques de l'éducation et aux analyses de l'évolution des inégalités éducatives. Mais la question soulevée est bien plus générale. Dès les années 1970, Boudon – et d'autres avec lui – argumentaient en faveur d'une mesure de comparaison : le rapport de taux ; l'application est aujourd'hui largement disqualifiée. Une autre préférence s'impose : la préférence logistique, fondée sur la comparaison des rapports d'odds ratios. Elles ont en commun de conduire à conclure que les inégalités diminuent. L'objectif de l'article est triple. D'abord illustrer la constance et la force d'une attente et d'un besoin de conclusion univoque (la contradiction fait paradoxe). Ensuite et par contraste montrer que les fondements mathématiques de chaque application sont au principe de l'orientation rose (optimiste) ou noire (pessimiste) des conclusions, et qu'elles sont donc prévisibles, ainsi que le risque de contradiction qui en procède : il n'y a pas de raison mathématique de préférer une application à une autre. Enfin, vérifier que la préférence accordée depuis les années 1985 aux odds ratios et au taux logistique privilégie une représentation enchantée de l'évolution des inégalités[1]. La conclusion argumente en faveur d'une conversion des pratiques et du développement d'une ligne de recherche sur les comparaisons et leurs argumentaires.

Pour comparer deux inégalités de taux, deux applications conduisent à deux conclusions contradictoires : constat d'une première préférence

Entre écarts et rapports de taux, Boudon (1973) préférait le rapport qui concluait à la diminution des inégalités

C'est en situation pédagogique que je me suis heurté pour la première fois aux paradoxes des pratiques statistiques de comparaison de « l'inégalité des chances ». L'ouvrage de Boudon [1973], qui venait de paraître, concluait à une « démocratisation » croissante de l'enseignement aux divers niveaux des systèmes d'enseignement européens. Avant de s'engager dans une modélisation de cette évolution, il présentait les statistiques européennes fondant sa conclusion. Sur un thème sensible, des documents nombreux devenaient ainsi accessibles et leur structure simple convenait à l'enseignement des statistiques que je donnais alors aux étudiants de sociologie de l'Université Paris 5. Leur présence à l'université permettait de vérifier l'augmentation des chances d'accès aux différents niveaux de l'enseignement secondaire et supérieur quelle que soit l'origine sociale : c'était aussi la première conclusion de Boudon, la première forme de « démocratisation » de l'enseignement. Selon Boudon, à cette démocratisation s'en ajoutait une autre : la diminution des inégalités de chances, notamment entre élèves ou étudiants d'origine supérieure et d'origine populaire. Il avait comparé à la fois les écarts (les chances augmentaient de tant de points) et les rapports (les chances étaient multipliées par tant) : les écarts concluaient que l'inégalité augmentait, les rapports qu'elle diminuait. Mais il préférait le rapport qui « *montrait une diminution générale des inégalités de chances* » alors que, selon lui, l'écart ne mesurait que le « *nombre supplémentaire d'étu-*

* Jean-Claude Combessie, sociologue, professeur à l'Université Paris 8, en délégation au Centre de Sociologie Européenne, a dirigé le Centre de sociologie de l'éducation et de la culture, créé par Pierre Bourdieu, et l'Institut de recherches sur les sociétés contemporaines. Il a publié notamment : *L'évolution comparée des inégalités* (Revue française de sociologie, 1984) et *La méthode en sociologie* (La Découverte, col. Repères, 1996). Il a créé et coordonne le programme européen *In-depht Training in Sociological Practices*.

1. Si les analyses et les conclusions de l'article n'engagent que moi, je tiens à remercier ici Salah Bouhedja pour les graphiques, et pour leur lecture, leurs encouragements, leurs avis et parfois aussi leurs mises en garde, Michel Gollac, Annick Kieffer, Olgierd Lewandowski, Maryse Marpsat et Jacques Siracusa.

diants pour x personnes appartenant à une catégorie sociale donnée »[2]. Les « données » – les taux – étaient pourtant les mêmes : la représentativité statistique des « chances » ne changeait pas. Mais il réservait le nom de chances aux conclusions de la mesure des rapports.

Tableau I : Taux (« chances ») d'admission en *grammar school* selon l'origine sociale

Périodes → Origines sociales* ↓	T_1	T_2
Supérieure (S)	37 %	62 %
Populaire (P)	1 %	10 %

* Les enfants d'ouvriers non qualifiés sont ici nommés enfants de « classe populaire » avec une abréviation P qui facilite par la suite la généralisation, les taux P étant « les plus petits » et les taux S leur étant « supérieurs ».

Les étudiants, désarçonnés par la contradiction, pensent qu'il faut trancher

Parmi les tableaux de l'ouvrage que je donnais à lire aux étudiants, figurait celui de l'évolution des « chances d'admission en *grammar school* »[3] extrait de Westergaard et Little (1969) et cité par Boudon (tableau I). Construit sur une longue série de taux, il rapportait les effectifs des enfants admis à ceux des cohortes d'enfants d'un âge comparable et de même origine sociale : une bonne définition statistique des « chances » en tant que « flux ». Il faisait, en outre, apparaître des valeurs simples et contrastées dès lors qu'on opposait les périodes et les origines sociales extrêmes.

La question posée était donc : entre T_1 et T_2, l'inégalité des chances selon l'origine sociale a-t-elle augmenté, diminué, ou bien est-elle restée constante ? Comme dans l'ensemble des autres tableaux de l'ouvrage de Boudon, une comparaison des écarts amenait à conclure à l'augmentation de l'inégalité[4] et une comparaison des rapports à sa diminution[5] : une contradiction que les étudiants dans leur très grande majorité jugent paradoxale. Depuis 1974 et donc pendant près de trente ans, j'ai proposé la lecture de ce tableau en tout début des cours que je donnais aux différents niveaux des cursus de sociologie et dans plusieurs universités, françaises certes, mais aussi étrangères : on peut estimer à plus d'un millier les étudiants que j'ai ainsi invités à répondre oralement et par eux-mêmes à la question. Rapidement mis en place, le protocole suivi a ensuite été chaque fois le même et sa présentation, même rapide, importe aux conclusions que j'ai pu en tirer. Rares sont les étudiants de sociologie qui ont suivi au lycée une filière dite « scientifique » ; la plupart ont connu des échecs en mathématiques et ils ont peur de l'enseignement obligatoire de statistique dans le cursus de sociologie. Ma pédagogie a tenté de leur faire retrouver ou aborder autrement la statistique, et ce, en plusieurs étapes. La première est en trois temps :

1. Leur faire prendre acte du caractère collectif de leur peur. Dans les fiches individuelles que je leur demande de remplir au début du premier cours, figure une question abrupte : « Les statistiques pour vous ? » J'annonce une lecture publique de l'ensemble des réponses et garantis l'anonymat. La question sur les statistiques fait apparaître une relation « mauvaise » ou « détestable » pour les trois quarts (ou plus) des étudiants, quel que soit le cours ou séminaire et le niveau dans le cursus.

2. Leur présenter aussitôt (tableau noir ou blanc ou rétro-projection) le tableau statistique simplifié des taux d'entrée en *grammar school* assorti de la question : « L'inégalité des chances a-t-elle augmenté, diminué, est-elle restée constante ? » Je leur demande d'y répondre ; un délai est souvent nécessaire, des exhortations parfois, pour que des réponses soient proposées, qui alors, presque toujours, s'opposent selon qu'elles procèdent d'une lecture en termes de rapport ou d'écart de taux.

3. Valider les réponses en les aidant le plus souvent à expliciter l'opération mathématique (écart ou rapport) sur laquelle elles se fondent. S'ensuit un temps de vérification des calculs et d'élaboration précise de leurs énoncés ainsi que des conclusions qui en découlent « nécessairement » (« on ne dit pas "n'importe quoi" ; on est "sûr" de la conclusion... ») Puis, je pose à nouveau la question : « Que conclure ? » Quelques prises de parole et de position suffisent pour lancer ou relancer le débat ; je pousse à l'argumentation des « préférences » et « prises de position » que je commente en tant que telles.

Le principal constat de cette première étape est celui du défi paradoxal ressenti par les étudiants face à la manifestation de la contradiction : un défi ressenti comme d'autant plus paradoxal que les valeurs du tableau sont « simples », que les applications élémentaires de la comparaison (diviser, soustraire) leurs sont familières, qu'elles sont proposées par le groupe lui-même et que les conclusions opposées ont une connotation éthique et politique évidente à leurs yeux. Ce sentiment de défi paradoxal repose aussi sur une opinion qu'ils partagent : une bonne opinion de

2. Cf. p. 98 – Raymond Boudon (1973) – L'inégalité des chances. La mobilité sociale dans les sociétés industrielles, Colin, Paris.
3. En l'occurrence les lycées du Pays de Galles.
4. Entre T1 et T2, les chances d'admission des enfants d'origine supérieure augmentent de 25 points, celles des enfants de classe populaire de 9 points : l'inégalité augmente.
5. Entre T1 et T2, les chances d'admission des enfants d'origine supérieure sont multipliées par 1,68, celles des enfants de classe populaire par 10 : l'inégalité diminue.

ce qu'on est en droit d'attendre des statistiques ; la représentation d'une orthodoxie scientifique qui interdit de se satisfaire du constat de la contradiction quand on traite des mêmes « données » ; une attente de conclusion univoque et donc d'une mesure qui serait « la meilleure ». Sinon, lance souvent un étudiant, « on peut faire dire n'importe quoi aux statistiques ». L'intérêt et la confiance manifestés par l'ensemble des étudiants, convaincus que je ne leur soumets ce cas paradoxal que pour mieux capter l'attention et mettre en valeur *la* solution que je détiens, s'alimente à la même *doxa :* un rapport social sacralisé à la statistique dont on ne peut douter. Qu'elle ne détienne pas les solutions aux questions qu'elle pose, alors « on peut douter de tout... » ; il faut trancher.

Poussés à voter, ils font majoritairement le même choix que Boudon : le rapport et sa conclusion « rose »

Je n'ai pourtant à leur proposer qu'une sorte de morale provisoire. Je déçois leur attente mais en tempère les dérives iconoclastes par un appel à vigilance, les invite à prendre acte de ces contradictions mais aussi à chercher la source du sentiment de paradoxe qu'ils éprouvent – et que je partage –, dans le conflit entre le constat qui s'impose et leur représentation de l'orthodoxie statistique : c'est-à-dire dans un fait social. Mais auparavant, je leur demande toujours un « vote provisoire » puisque, ils en sont bien d'accord, « il faut trancher » entre ces deux applications contradictoires. C'est la deuxième étape de mon protocole expérimental, elle aussi en plusieurs temps.

1. Les provoquer par une demande de « vote à main levée ». Rires et mouvements divers, quelques protestations parfois, manifestent à quel point la demande paraît « déplacée » (une question scientifique soumise à arbitrage électoral comme une question d'opinion ?) Mais elle suscite un regain d'argumentations et est finalement acceptée « comme un jeu ».

2. Annoncer l'issue du premier vote : il manifeste presque toujours une forte proportion d'abstentions, qui justifie l'appel à des « explications de vote ». Émergent alors quelques (rares) propositions de type « les deux conclusions sont valables ».

3. Organiser un deuxième, voire un troisième tour, jusqu'à ce qu'une majorité qualifiée d'étudiants prenne position. La majorité qui se dégage est toujours en faveur de la mesure de rapport, alors même que ses conclusions « roses » sont propres à contrarier la tradition critique des idéologies dominantes en milieu étudiant[6]. Les opinions de type « les deux conclusions sont valables » sont les plus rares de toutes[7].

La constance de la *doxa* étudiante qui s'énonce ainsi, après bien des hésitations, dans ce cadre d'expérimentation pédagogique, subordonne l'orientation éthique ou politique des préférences à une représentation des exigences de la scientificité statistique (une exigence de conclusion univoque) et à des préférences de méthode conformes aux prises de position d'experts et spécialistes en traitement du chiffre (le rapport de taux plutôt que l'écart).

C'est pourtant une application incohérente qu'ils élisent

Au terme de ce vote, je « dévoile » alors aux étudiants un autre paradoxe, plus provoquant encore. Ils ont constaté que deux mesures appliquées à la comparaison de l'inégalité des chances conduisaient à des conclusions opposées : l'écart concluait à son augmentation, le rapport à sa diminution. Si, au lieu de raisonner sur les chances d'admission, on s'intéressait aux risques d'exclusion, l'application de l'écart confirmerait sa conclusion : l'inégalité des risques augmente[8]. Mais l'application du rapport, cette mesure qu'ils ont, comme Boudon, préférée, inverserait sa conclusion : selon elle l'inégalité des chances diminue, mais l'inégalité des risques augmente[9]. La mesure est « incohérente » ; c'est du moins un des termes employés pour qualifier une mesure dont la conclusion s'inverse selon qu'on l'applique à des taux ou à leurs complémentaires[10]. L'écart de taux, mesure mal aimée, est une application cohérente ; le rapport de taux, mesure préférée, est une application incohérente. Les étudiants sont alors près à examiner avec moi ce qu'il en est d'autres applications possibles, dont j'ai fait la recension dans les revues et ouvrages traitant de la question.

Cohérentes ou non, les autres applications confirment le risque de conclusions paradoxales

Je souligne d'abord qu'avec les mesures dites d'écart (Δ_x) et de rapport ($\div_x$), on a appliqué « les quatre opérations », i.e. toutes les mesures mathématiques de l'inégalité. La mesure d'écart conclut que les taux ont diminué (–) ou augmenté (+) de tant de points. La mesure de rapport conclut qu'ils ont été multipliés (x) ou divisés (÷) par tant. N'existe aucune autre mesure de l'inégalité : seuls peuvent changer les *objets* soumis à la comparaison. C'est

6. Une seule exception : la « préférence » majoritairement exprimée en faveur de l'application d'un écart de taux lors de deux séminaires dispensés à des étudiants madrilènes. L'expérience est trop limitée pour fonder plus qu'une hypothèse sur l'inégale consistance de la *doxa* étudiante à niveau international, mais elle invite à être attentif à cette dimension des comparaisons...

7. Pour des raisons pédagogiques, je résiste alors aux demandes d'explicitation de mes propres conclusions sur l'évolution des inégalités, je rappelle qu'a été strictement contrôlé chaque énoncé, opération et conclusion, et j'annonce que la structure du vote est conforme à celle que j'obtiens chaque année dans chaque groupe : « c'est un fait social, vous, les étudiants, préférez la division à la soustraction ». Le principe du vote n'en est pas légitimé pour autant. Selon les réactions à mon énoncé provoquant, je développe quelques thèmes (science et opinion, contradiction logique et paradoxe, voter pour des applications ou pour leurs conclusions...) et annonce : « on continue la prochaine fois... ».

8. Les risques diminuent de 25 points pour les S et de 10 points pour les P.

9. Entre T_1 et T_2, les risques des S ont été divisés par 1,68 (63/38) et ceux des P par 1,1 (99/90). Ou bien : pour les S, les risques de T_2 représentent 60 % (38/63 = 0,6) des risques initiaux et pour les P, 90 % (90/99 = 0,9) : l'inégalité augmente donc.

10. On la dit aussi « asymétrique », le terme est moins provocant.

à partir des taux eux-mêmes que d'autres « objets » mathématiques ont été construits pour comparer les inégalités de chances ou de risques (tableau II).

– les écarts de taux (Δx) : les « taux de variation »[11] les comparent en les rapportant à certaines valeurs des taux[11] ;

– les rapports (x/x*) entre un taux et son complémentaire (x/x*), que je nomme *Odds ratios* et note OR : on peut les comparer par application d'un rapport ou d'un écart.

– les logarithmes des *odds ratios*, nommés logits : les « taux logistique » qui servent à les comparer appliquent une mesure de rapport qui s'effectue comme un écart.

Tableau II : Objets des comparaisons et mesures de l'inégalité des chances et risques

Objets des comparaisons	Mesures de l'inégalité	Applications identifiées dans ce texte en tant que :
A – Taux (x)	Écart Rapport	(Δx), écart de taux, écart de chances ou de risque (÷x), rapport de taux, rapport de chances ou de risques
B – Écarts de taux (Δx)	Rapport (à un des taux) Rapport (au maximum de variation possible)	(Δx/x), taux de variation (Δx/MVP), taux de variation par rapport au maximum de variation possible
C – *Odds ratios* (OR = x/x*) Logarithmes d'OR (Logit)	Écart Rapport Rapport (ou Écart)	(Δ_{OR}), écart d'odds ratios ou écart d'OR[12] (Δ_{OR}), écart d'odds ratios ou écart d'OR Taux logistique

Deux « taux de variation »[13] comparent les écarts. L'un est incohérent – comme le rapport de taux –, l'autre est cohérent mais n'est presque jamais appliqué – sa conclusion est « noire »

Le taux de variation (Δx/x) est le plus courant : il manifeste exactement la même incohérence que le rapport de taux (÷). Il divise l'écart par un des termes de l'écart. Il conclut à la diminution de l'inégalité des chances et à l'augmentation de l'inégalité des risques[14]. On vérifie que la valeur de l'inégalité des chances selon Δ_x/x_1 est égale à celle que mesure le rapport de taux x_2/x_1 « moins 1 » : les deux mesures sont dites de même « famille ». Un autre taux de variation est connu sous le nom de « taux de variation par rapport au maximum de variation possible » (Δx/MVP). C'est une application cohérente, presque jamais utilisée[15] et dont la conclusion est noire[16]. Il divise Δ_x, l'écart observé entre les valeurs de T_1 et de T_2 (i.e. le « chemin parcouru ») par MVP, le maximum de variation possible (i.e. le « chemin qui en T_1 restait à parcourir ») : si, entre T_1 et T_2, la valeur des taux diminue, MVP = [x_1 – 100 %] ; si elle baisse, MVP = [x_1 – 0 %].

L'*odds ratio* (x/x*), nouvel objet de comparaison, inverse les contradictions et les incohérences

J'entends par *odds ratio* (et je noterai OR) le rapport x/x* entre un taux et son complémentaire[17]. Il peut être énoncé en termes de « chance (ou risque) d'être 'A' plutôt que le contraire »[18]. Si en T_1 les chances (taux) d'admission des P valent 1 %, on dit qu'elles représentent 1/99 = 0,0101 = 1,01 % des risques d'exclusion : les enfants des P ont 1,01 % de chances d'être admis plutôt que le contraire. Et ils ont 99/1 = 99 fois plus de risques d'être exclus que le contraire[19]. Cette définition de l'*odds ratio*, strictement conforme à l'étymologie et à l'acception originelle du terme, est la seule qui permette d'éclairer les usages qui en ont été fait par la suite et les confusions qu'ils induisent. J'en dis ici deux mots. *Odds ratio,* de même les adaptations du terme en français, en est venu à désigner non plus l'objet x/x* de la comparaison (les chances d'être A plutôt que le contraire ») mais l'application qui consiste à appliquer un rapport pour comparer deux *odds ratios* : $(x_i/x_i^*)/(x_j/x_j^*)$; il devient dès lors impossible de nommer l'écart entre deux *odds ratios :* $[x_i/x_i^*] - [x_j/x_j^*]$; on confond l'objet de la comparaison avec une seule des mesures de comparaison qui peuvent lui être appliquées : le rapport. Les traductions françaises « rapports de chances » ou « chances relatives » sont employées dans le même sens et opèrent la même confusion. En outre, elles ne permettent plus de distinguer ces « rapports de chances » ou « chances relatives » $(x_i/x_i^*)/(x_j/x_j^*)$ des « rapports de chances » ou « chances relatives » x_i/x_j ou x_1/x_2 auxquels ils seraient tout à fait applicables (et ont été appliqués) puisque les « x » sont des taux et expriment des chances. Le terme « chances relatives » induit même une autre confusion :

11. À certains niveaux du cursus, l'examen des pratiques s'élargit au traitement des « inégalités d'ensemble » (÷ et phi divergences, courbes et coefficients de concentration, coefficients de corrélation...) Je fais alors apparaître en même temps qu'il s'agit d'autres définitions des chances et des inégalités (dont ne traite pas cet article) et les contradictions, voire les incohérences, de ces applications.
12. Seule application non attestée dans les publications recensées.
13. On pourrait aussi citer (Combessie, 1984) le taux de variation qui divise Δx par la valeur moyenne des deux classes comparées (dans ce cas, il est équivalent à Δx/x) ou par la valeur moyenne de plus de deux classes (dans ce cas, on sort du cadre strict de la comparaison des chances deux à deux : on prend en compte une définition « globale » de l'inégalité).
14. Entre T_1 et T_2, l'augmentation des chances des S représente 68 % de leurs chances initiales ([62-37]/37 = 0,68) et celle des chances des P, 900 % ([10-1]/1 = 9) : l'inégalité diminue donc. Entre T_1 et T_2, la diminution des risques représente 39,68 % des risques initiaux des S ([63-38]/63) et 9,09 % des risques des P [99-90]/9). Ou bien : entre T1 et T2, la diminution des risques des S représente 66 % des risques de T2 ([63-38]/38 = 0,66) et celle des P, 12 % ([99-90]/90 = 0,12) : l'inégalité augmente donc.
15. Je ne l'ai trouvé appliquée que par Baudelot, Benoliel, Cukrowitz, Establet (1981).
16. Entre T1 et T2, l'augmentation des chances des S représente [62-37]/[100-37] = 39,68 % de leur maximum d'augmentation possible ; celle des P, [10-1]/[100-1] = 9,09 % : l'inégalité augmente. Entre T1 et T2, la diminution des risques des S représente [63-38]/[63-0] = 39,68 % de leur maximum de diminution possible et celle des P, [99-90]/99 = 9,09 % : l'inégalité augmente.
17. Je rejoins en cela les recommandations de Cibois (1999).
18. Formulation adaptée de Vallet, 1988.
19. On peut aussi énoncer ce rapport en disant (Vallet, 1988), comme lors d'un pari par exemple, que « les risques sont de 99 contre 1 »...

tout taux « x » est en soi une chance relative puisque par construction il exprime des chances en opérant un rapport : celui par exemple qui consiste à rapporter des effectifs d'admis aux effectifs de leur population d'origine. Ces acceptions et usages nouveaux par les confusions qu'ils opèrent conduisent à monopoliser le terme d'*odds ratios* dans un cas, celui de chances dans les autres, au profit d'une seule des définitions possibles des chances (chances d'être A plutôt que le contraire) et d'une seule des mesures de leur comparaison : le rapport $(x_i/x_i^*)/(x_j/x_j^*)$. Ils constituent une figure rhétorique de la *captatio benevolentiae :* les termes suggèrent que ce rapport soit l'application légitime pour comparer des inégalités de chances. Un autre terme, précis celui-là, a été proposé par Vallet (1988) pour traduire l'*odds ratio* x/x* : « coefficient concurrentiel de premier ordre », mais il a été délaissé par Vallet lui-même[20]. L'*odds ratio* conduit à transformer le tableau initial des chances d'admission et des risques d'exclusion en *grammar school* en un tableau des chances et risques « d'être A plutôt que le contraire » : « admis plutôt qu'exclu », « exclu plutôt qu'admis » (cf. tableau III).

Tableau III : *Grammar school* : les *odds ratios* des chances d'admission et risques d'exclusion

Origine sociale	Chances d'être admis plutôt qu'exclu		Risques d'être exclu plutôt qu'admis	
	T_1	T_2	T_1	T_2
S	58,73 %	163,16 %	170,27 %	61,29 %
P	1,01 %	11,1 %	9900 %	900 %

Tableau IV : Les scores des applications « noires » et « roses » : match nul

« NOIRES » : L'INÉGALITÉ AUGMENTE	« ROSES » : L'INÉGALITÉ DIMINUE
TAUX ET ÉCARTS DE TAUX	
Chances d'admission	
1. Écart	1. Rapport*
2. Taux de variation/max. var. possible	2. Taux de variation*
Risques d'exclusion	
3. Écart	
4. Rapport*	
5. Taux de variation*	
6. Taux de variation/max. var. possible	
ODDS RATIOS ET LOGITS	
Chances d'être admis plutôt qu'exclu	
7. Écart*	3. Rapport
	4. Taux Logistique
Risques d'être exclu plutôt qu'admis	
	5. Écart*
	6. Rapport
	7. Taux Logistique
SCORE : 7 points pour les « noires »	SCORE : 7 points pour les « roses »

N.B. : l'astérisque* signale les applications incohérentes.

Les questions deviennent : l'inégalité des chances d'être admis plutôt qu'exclu a-t-elle augmenté, diminué, est-elle restée constante ? L'inégalité des risques d'être exclu plutôt qu'admis a-t-elle augmenté, diminué, est-elle restée constante ? Pour y répondre, on applique, comme précédemment, les deux mesures mathématiques de l'inégalité : l'inégalité d'écart et celle de rapport. Si on compare les écarts (Δ_{OR}), les conclusions sont incohérentes mais inverses de celles du rapport de taux. Elle conclut en effet à une augmentation de l'inégalité des chances d'être admis plutôt qu'exclu mais à une diminution de l'inégalité des risques d'être exclu plutôt qu'admis[21]. Cette application est la seule à n'avoir été attestée dans aucune publication, ni même évoquée. Si on compare les rapports ($\div_{OR}$), on conclut à la diminution des inégalités[22]. L'application est cohérente et c'est désormais, avec le taux logistique, l'application la plus fréquente dans les publications spécialisées. Le taux logistique procède de l'*odds ratio*. Il ne compare pas les *odds ratios* eux-mêmes mais leurs logarithmes ou « logits ». Il compare leur inégalité par application d'un rapport (d'où le nom de « taux logistique ») mais un rapport entre logarithmes s'effectue comme un écart[23]. L'application est cohérente et conduit alors à la même conclusion que celle des rapports d'*odds ratios.*

Le match nul des conclusions : « roses » *vs* « noires », taux *vs* OR

Premier constat : les scores d'un match nul entre conclusions roses et noires

Le match nul entre conclusions « roses » et « noires » est la première conclusion du tableau IV qui récapitule les observations précédentes. On a le même nombre de conclusions en faveur de la diminution et de l'augmentation de l'inégalité : 7 « pour », 7 « contre ». Si on ne retient que les pratiques attestées qui, comme signalé, n'appliquent jamais la mesure d'écart aux *odds ratios*, on conserve l'égalité des scores : « 6 à

20. Il en est venu à privilégier le terme de taux ou modèle « logistique ».
21. Les chances d'être admis plutôt qu'exclu augmentent davantage pour les S (104,43 points) que pour les P (10,09 points) : l'inégalité augmente. Les risques d'être exclu plutôt qu'admis diminuent moins pour les S (109 points) que pour les P (9 000 points) : l'inégalité diminue.
22. Les chances d'être admis plutôt qu'exclu sont multipliées par 2,78 pour les S, par 10,99 pour les P. Les risques d'être exclu plutôt qu'admis diminuent certes pour les S et les P, mais moins pour les S (ils sont divisés par 170,3/61,3 = 2,8) que pour les P (ils sont divisés par 9 000/900 = 11). L'inégalité diminue, l'application est cohérente.
23. On parle aussi d'« écart logistique ».

6 ». Si on exclut toutes les applications incohérentes, on abaisse les scores de chaque camp mais, de par la définition même de l'incohérence, on conserve leur égalité : 4 « contre » 4. Ce match nul est aussi celui qui oppose deux couples de définitions d'objet, deux « camps » : celui, noir, des taux et écarts de taux et celui, rose, des *odds ratios* et logits. En effet les inégalités de taux ou d'écarts de taux augmentent, les inégalités d'*odds ratios* ou de logit diminuent. Si on considère les applications cohérentes, l'écart de taux et le taux de variation par rapport au maximum de variation possible conduisent à une conclusion « noire », le rapport d'*odds ratios* et le taux logistique à une conclusion « rose »[24].

Quatre classes de définitions mathématiques de l'inégalité constante déterminent les scores

La question de l'évolution d'une inégalité des chances s'énonce souvent en terme de « rattrapage » : la classe défavorisée a-t-elle rattrapé celle qui avait plus de chances ? Encore faut-il, pour savoir s'il y a eu « rattrapage » s'interroger sur ce que doit être la variation des chances de cette classe P qui avait peu de chances pour que l'inégalité puisse être dite « constante ». Cette variation devient alors l'inconnue d'une équation dont on connaît trois termes : ceux de l'inégalité initiale (S_1 et P_1) et la valeur de S en T_2 (S_2). C'est sous cette forme que sera calculé au fil de l'article ce que j'appelle la « définition mathématique de l'inégalité constante ». Ni dans cette « simulation » ni dans les suivantes, je ne retiendrai l'écart d'*odds ratios* à la fois incohérent et jamais appliqué. Par contre toutes les autres applications seront utilisées pour répondre à la question : l'écart de taux (Δx), le rapport de taux ($\div_x$), le taux de variation (Δ_x/x), le taux de variation par rapport au maximum de variation possible (Δ_x/MVP), le rapport d'odds ratios ($\div_{OR}$) et le taux logistiques (taux logist.) Comme le rapport de taux et le taux de variation sont incohérents, ils sont appliqués deux fois. Une première fois directement : quelles valeurs doivent prendre les chances des P pour que l'inégalité des chances soit constante ? Une deuxième fois indirectement : quelles valeurs doivent prendre les risques P* pour que l'inégalité des risques soit constante ? (de la valeur des risques P* on déduit alors la valeur des chances qui leur correspondent : P = 100-P*). Les chances initiales étant connues (S_1 = 37 % et P_1 = 1 %) ainsi que la valeur de S_2 (62 %), on calcule alors la valeur que doit atteindre P_2 pour que l'inégalité soit constante selon chacune de ces applications. On obtient ainsi quatre classes de valeurs : les « classes mathématiques définissant l'inégalité constante » (tableau V).

Les quatre classes mathématiques définissant l'inégalité constante regroupent les applications selon une échelle hiérarchique qui manifeste des niveaux d'exigence très différents pour pouvoir conclure à l'inégalité constante : selon les classes, les chances des P doivent passer de 1 % à 1,68 %, 2,73 %, 26 % ou 40,29 %. Le niveau d'exigence de la classe 1 est le moins élevé. Cette classe 1, composée des rapports de taux et taux de variation appliqués aux taux croissants d'admission, se satisfait d'une augmentation des chances de 1 % à 1,68 %, c'est-à-dire d'une variation de 0,68 point pour conclure à l'inégalité constante. Si l'augmentation des chances est supérieure à 0,68 point, elle conclut à la diminution de l'inégalité. C'est la plus « rose » des classes mathématiques. Le niveau d'exigence de la classe 4 est au contraire le plus élevé. Cette classe 4 est composée à la fois par les mêmes rapports et taux de variation quand leur valeur est déduite d'une application aux taux décroissants d'exclusion, et par le taux de variation par rapport au maximum de variation possible. C'est la plus exigeante de toutes, la plus « noire » donc : pour que l'inégalité soit constante, le taux d'admission des P doit passer de 1 % à 40,29 %, soit une augmentation de 39,29 points. Tant que les chances des P n'augmentent pas de 39,29 points, la classe 4 conclut à l'augmentation de l'inégalité. Le rapport d'*odds ratios* et l'écart de taux définissent des niveaux d'exigence intermédiaires : une variation et donc un niveau d'exigence plus faibles (plus « noires ») pour le rapport d'*odds ratios*[25] (classe 2), et plus fortes (plus « noires ») pour l'écart de taux (classe 3). Ces quatre classes mathématiques rendent donc compte de l'orientation plus « rose » ou plus « noire » des diverses applications. De la plus « rose » (le rapport de taux appliqué aux chances : classe 1) aux deux plus « noires » (le rapport des taux de chances déduit de celui des taux de risques et le taux de variation par rapport au maximum de variation possible : classe 4), elles hiérarchisent strictement l'ampleur de variations nécessaires et suffisantes pour conclure à l'inégalité constante et donc à la diminution ou à l'augmen-

Tableau V : Valeur que doit prendre le taux d'admission P_2 pour que l'inégalité des « chances » soit constante

Classes mathématiques définissant l'inégalité constante	Classe 1 : ÷ et $\Delta x/x$ appliqués aux % croissants d'admission	Classe 2 : ÷ d'odds ratios Taux logist.	Classe 3 : Δx	Classe 4 : ÷ et $\Delta x/x$ (valeur déduite d'une application aux % décroissants « d'exclusion »)	Classe 4 : Δx/MVP
Valeur de P_2 (% d'admis)	1, 68 %	2, 73 %	26 %	40, 29 %	

24. Quand on mesure les chances à la valeur des taux, la majorité des applications (6 sur 8) concluent à l'augmentation des inégalités. Quand on les mesure aux *odds ratios* ou « chances d'être A plutôt que le contraire », la majorité des applications conclut à leur diminution (5 sur 6 si on compte la mesure d'écart, 4 à 0 si on l'exclut).

25. Comme précédemment, on calcule la valeur du taux d'admission à partir de la valeur des *odds ratios* définissant l'inégalité constante selon la mesure de rapport.

tation de l'inégalité. Elles rendent compte aussi de la cohérence et de l'incohérence des conclusions. Rapports des taux de chances déduit et taux de variation sont incohérents puisque, selon qu'on les applique aux chances ou aux risques, ils ont la moins exigeante (la plus « rose ») ou la plus exigeante (la plus « noire ») des définitions de l'inégalité constante. S'agit-il ici de la manifestation d'orientations dont la contradiction ne serait que rare et exceptionnelle : des curiosités, en quelque sorte ? Ou bien le cas des taux d'accès à la *grammar school* est-il un « cas d'école », révélateur de règles et de lois de portée générale ?

Généralisation

Deux conditions structurelles sont nécessaires à l'apparition de la contradiction

Déjà signalées[26], les conditions nécessaires à l'apparition de la contradiction dans les comparaisons deux à deux de l'évolution d'une inégalité peuvent être ainsi résumées.

S'agissant d'une comparaison entre deux évolutions, il y a risque paradoxal dès lors que :

1. les termes d'une inégalité varient dans le même sens : augmentent ($S_1 < S_2$; $P_1 < P_2$) ou diminuent ($S_1 > S_2$; $P_1 > P_2$) ;

2. le sens de l'inégalité initiale se conserve (si $S_1 > P_1$ alors $S_2 > P_2$).

Ces conditions valent aussi dans les comparaisons entre inégalités observées au même moment. Il suffit de convenir que S désigne toujours le taux le plus grand et P le plus petit, et qu'une inégalité est notée « 1 » et l'autre « 2 ». Comme il vient d'être indiqué, il faut et il suffit alors que les inégalités S_1-S_2 et P_1-P_2 soient de même sens. Lorsqu'une des deux conditions n'est pas remplie, les quatre classes d'applications ont la même définition de l'inégalité constante et les conclusions s'accordent. Le tableau VI vérifie que l'espace paradoxal défini par les classes mathématiques disparaît lorsque les taux sont égaux en T_1 ou en T_2 ou lorsque les termes d'une inégalité ne sont pas tous deux inférieurs ou supérieurs à ceux de l'autre. Si, toutefois, le sens de l'inégalité de T_1 s'inverse en T_2 (par exemple $S_1 > P_1$ mais $P_2 > S_2$), il suffit de prendre acte de ce renversement pour comparer ensuite ces inégalités et on retrouve alors les mêmes conditions nécessaires et suffisantes.

Dès que les conditions sont remplies, la moindre inégalité peut faire apparaître la contradiction. Le tableau VII en donne deux exemples. Dans les deux cas, l'inégalité initiale [S_1-P_1] et la variation [S_1-S_2] sont égales à 0,1. Dans le premier, les valeurs des taux sont faibles (1,9 ; 2 ; 2,1). Dans le second, elles sont élevées (97,9 ; 98 ; 98,1). Lorsqu'on calcule la valeur que doit prendre P_2 pour que de T_1 à T_2 l'inégalité soit constante, ces valeurs sont dans les deux exemples différentes selon la classe 1 et la classe 4. La classe 1 se satisfait d'une variation plus faible et la variation est toujours plus forte selon la classe 4. L'écart entre les valeurs de P_2 est faible (0,005 point) mais il manifeste l'existence d'une contradiction : c'est un espace de conclusions paradoxales (ECP).

Le tableau permet aussi de vérifier que ces deux conditions structurelles théoriquement nécessaires à l'apparition de la contradiction doivent être distinguées des conditions de sa manifestation effective. La pratique des arrondis les plus souvent convenus (une ou deux décimales) suffirait à occulter l'écart entre valeurs de P_2. Nous verrons que l'apparition de la contradiction dépend aussi de la structure des inégalités et de la valeur des taux.

Tableau VI : Valeur que doit prendre le taux P_2 pour que l'inégalité soit constante lorsqu'une des conditions structurelles d'apparition de la contradiction n'est pas remplie

Deux inégalités			Valeurs de P_2 selon les classes mathématiques			
	T_1	T_2	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4
Pas d'inégalité en T_1						
S	2 %	90 %				
P	2 %	P_2 ?	P_2 = 90 %	90 %	90 %	90 %
Pas d'inégalité en T_2						
S	50 %	90 %				
P	P_1 ?	90 %	P_1 = 50 %	50 %	50 %	2 %
S_1 et S_2 ont la même valeur						
S	90 %	90 %				
P	2 %	P_2 ?	P_2 = 2 %	2 %	2 %	2 %

Tableau VII : Valeur de P_2 lorsque les conditions sont remplies et les inégalités minimes (0,1 point)

Origine	Périodes		Valeur de P_2 selon les classes mathématiques				ECP
	T_1	T_2	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	
S	2 %	2,1 %					
P	1,9 %	P_2 ?	1,995 %	1,995 %	2 %	2 %	0,005
S	98 %	98,1 %	98 %	98 %	98	98,005 %	0,005
P	97,9 %	P_2 ?					

26. Merllié, 1985.

On peut, dans chaque cas, évaluer le risque de contradiction en rapportant l'écart observé entre les valeurs définies par les classes 1 et 4 à l'écart théoriquement possible en fonction des conditions structurelles d'apparition de la contradiction

Les niveaux extrêmes d'exigence des classes mathématiques 1 et 4 déterminent l'espace de variation au sein duquel les conclusions divergent : leur écart mesure donc l'espace des conclusions paradoxales (ECP) ou espace paradoxal. Dans le cas de la *grammar school*, quand la valeur de P_2 augmente de moins de 0,68 point (1,68-1) ou de plus de 39,29 (40,29-1), les quatre classent s'accordent : dans le premier cas, l'inégalité augmente, dans le second elle diminue. A l'intérieur de l'espace paradoxal (ECP) borné par les classes 1 et 4 (un espace de 40,29 – 1,68 = 38,41 poin ts), leurs conclusions divergent. Les deux conditions nécessaires à l'apparition du risque définissent quant à elles les limites de l'espace de variation théoriquement possible[27]. Il peut y avoir contradiction tant que la valeur de P_1 n'a pas atteint celle de S_2 : l'écart $[P_1–S_2]$ est l'espace de variation possible. Si $P_1 = S_2$, en effet, l'inégalité disparaît, il n'y a plus de contradiction possible. Dans le cas de la *grammar school*, ce maximum de variation possible est donc ≈ 62 – 1 = 61 points. Pour évaluer le risque d'apparition de conclusions paradoxales (RAP) il suffit alors de diviser ECP, espace des conclusions paradoxales observé, par ce maximum de variation théoriquement possible $[P_1 – S_2]$. Dans le cas de la *grammar school,* ECP est égal à 38,41 points ; le maximum de variation possible est égal à 61 points ; donc le risque d'apparition du paradoxe, RAP, est égal à 38,41/61 = 62,95 ≈ 63 %. Les chances de conclusions convergentes (univoques) sont alors voisines de 37 %.

La conclusion de la classe mathématique 1 est toujours la plus rose et celle de la classe 4 la plus noire ; mais les applications incohérentes passent de l'une à l'autre classe selon que les taux varient à la hausse ou à la baisse

Le tableau VII vérifiait que, lorsque les taux varient à la hausse, les applications de classe 4 ont un niveau d'exigence plus élevé que les trois autres pour conclure à l'inégalité constante et donc à la diminution de l'inégalité : c'est la classe la plus noire. Le tableau VIII montre plus précisément que, dans un cas de variation à la hausse, lorsque les inégalités augmentent, les valeurs successives prises par P_2 confirment que la classe 1 est la plus rose et la classe 4 la plus noire et que le risque de contradiction augmente quand l'inégalité augmente. Il fait l'hypothèse que, S_1 étant égal à 50 %, l'écart initial est toujours égal à celui de la variation de S mais qu'il augmente : d'abord égal à 5 points, il passe à 10, 25, 30, 40 puis 45. On calcule alors la valeur que doit atteindre P_2 selon chacune des quatre classes pour que l'inégalité soit constante. On constate que, quelle que soit l'ampleur des inégalités, la classe 1 est la plus « rose », la classe 4 la plus « noire » ; plus les inégalités augmentent, plus augmente l'espace des conclusions paradoxales ECP et leur risque d'apparition RAP.

Quand les taux varient à la baisse, les classes 1 et 4 continuent à définir les seuils extrêmes de l'espace paradoxal : les conclusions de Δx/mvp sont toujours les plus noires, celles du rapport de taux et du taux de variation s'inversent en pratique (tableau IX).

Mathématiquement, les conclusions sont cohérentes et claires : d'une part, la classe 4, la plus noire des classes, est toujours composée du taux de variation par rapport au maximum de variation possible Δx/mvp mais aussi des rapport de taux et taux de variation appliqués

Tableau VIII : Valeur de P_2 selon les classes de définition de l'inégalité constante lorsque les inégalités augmentent, S_1 étant égal à 50 % et l'inégalité initiale Δ étant la même que celle de la variation

	Périodes		Valeur de P_2 selon les classes mathématiques :				ECP	RAP
	T_1	T_2	Classe 1 ($\div_x$) et (Δ_x/x) appliqués aux % croissants d'admis	Classe 2 ($\div_{OR}$) Taux logist.	Classe 3 Δ_x	Classe 4 ($\div_x$) et (Δ_x/x) déduits des % décroissants d'exclus. Δx/MVP		
Δ = 5								
S P	50 45	55 P_2	49,5	50	50	50,5	1 point	10 %
Δ = 10								
S P	50 40	60 P_2	48	50	50	52	4 points	20 %
Δ = 25								
S P	50 25	75 P_2	37,5	50	50	62,5	25 points	50 %
Δ = 30								
S P	50 20	80 P_2	32	50	50	68	36 points	60 %
Δ = 40								
S P	50 10	90 P_2	18	50	50	82	64 points	80 %
Δ = 45								
S P	50 5	95 P_2	9,5	50	50	90,5	81 points	90 %

27. Au sens des statistiques.

Tableau IX : Valeur que doit prendre le taux d'exclusion en *grammar school* P^*_2 pour que l'inégalité soit constante

Origine sociale	T_1		T_2		
S*	63 %		38 %		
P*	99 %		P^*_2 ?		
Classes mathématiques de définition de l'inégalité constante	Classe 1 ($\div_x$) et (Δ_x/x) appliqués aux % croissants (admission)	Classe 2 ($\div_{OR}$) et taux logist.	Classe 3 Δ_x	Classe 4 ($\div_x$) et (Δ_x/x) % décroissants (exclusion)	Classe 4 Δx/MVP
Valeur de P^*_2 % d'exclus	98,32 %	97,27 %	74 %	59,71 %	59,71 %
Soit une diminution de	0,68 point	1,73 points	25 points	39,29 points	39,29 points
Donc un ordre qui va de la plus rose.....à la plus noire des classes					

Tableau X : L'espace paradoxal ECP et le risque d'apparition de paradoxes RAP augmentent quand une des inégalités Δ augmente

L'inégalité augmente car...	...S_2 augmente à Δ constant	...P_2 augmente à Δ constant	...S_1 augmente à Δ constant	...P_1 diminue à Δ constant
Alors ECP augmente...	à Δ constant	à Δ constant	à Δ constant	à Δ constant
RAP augmente...	à Δ décroissant	à Δ constant	à Δ croissant	à Δ décroissant

des taux décroissants. Elle définit le niveau d'exigence le plus élevé : selon elle, il faut, pour que l'inégalité soit constante, que les risques P diminuent de 39,29 points, plus que selon les autres classes (25 points ; 1,73 ; 0,68). D'autre part, la classe 1, la plus rose, est composée du rapport de taux et du taux de variation appliqués aux pourcentages croissants (dans l'exemple, les taux complémentaires d'admission). Mais en pratique, la conclusion du rapport de taux et du taux de variation s'inverse selon le sens de la variation à laquelle ils sont appliqués. Il est exceptionnel en effet d'appliquer une mesure de comparaison aux taux complémentaires (de l'appliquer aux chances quand on calcule l'évolution des risques, aux risques quand on s'interroge sur l'évolution des chances). De ce fait l'application directe de ces deux mesures conduit à des conclusions roses quand on s'interroge sur l'évolution de taux qui augmentent d'une période à l'autre et à une conclusion noire quand on s'interroge sur des taux qui diminuent.

Le risque d'apparition du paradoxe tend à augmenter quand l'inégalité des écarts augmente

Nous l'avons vérifié, notamment le tableau VIII, la valeur du risque RAP passe de 10 % à 90 % quand les inégalités augmentent. L'annexe statistique I (tableaux A, B, C et D) montre d'autre part que lorsqu'un des termes de l'inégalité varie à écart constant, l'espace et le risque d'apparition de paradoxes varient dans le même sens que l'inégalité : ils augmentent quand elle augmente, diminuent quand elle diminue. Dans ce cas :

– L'espace paradoxal varie lui aussi à écart constant dans le même sens que l'inégalité.

– Le risque paradoxal évolue de façon variable. En cas d'augmentation de l'inégalité, RAP augmente à écart constant lorsque P_2 augmente, à écart croissant lorsque c'est S_1 qui augmente, et à écart décroissant lorsque S_2 augmente ou que P_1 diminue. Ce que résume le tableau X.

Quand le rapport d'*odds ratios* est-il plus « rose » que l'écart de taux ? La réponse dépend de la valeur des taux, du sens de la variation et de la structure des inégalités

Pour neutraliser les effets de structure, on suppose égaux l'écart initial et la variation S_1-S_2 et on cherche les valeurs de P_2 définissant l'inégalité constante lorsque les valeurs de P_1, S_1 et S_2 augmentent toutes chaque fois de 10 points (tableau XI).

On observe alors que la réponse dépend du sens de la variation et de la valeur des taux :

– en cas de variation à la hausse, lorsque $S_1 = 50$ %, les conclusions de l'écart de taux et du rapport d'odds ratios sont les mêmes (mêmes définitions de l'inégalité constante) mais la conclusion du rapport d'OR devient plus rose que celle de l'écart de taux lorsque $S_1 < 50$ % et plus noire lorsque $S_1 > 50$ %.

– en cas de variation à la baisse, la conclusion de l'écart de taux et du rapport d'OR est la même quand $P_1 \approx 50$ % ; mais quand $P_1 < 50$ %, la conclusion du rapport d'OR est la plus rose et c'est l'inverse si $S_1 > 50$ %.

Dans les deux cas, plus la valeur de S_1 ou P_1 s'écarte de 50 %, plus les tendances se renforcent et plus le risque de conclusion contradictoire augmente (dans le tableau XI, RAP varie de 0 % à 50 %). La réponse dépend aussi de la structure des inégalités, comme on peut l'observer lorsque l'écart initial diffère de celui de la variation. L'annexe statistique II montre en effet que si $S_1 = 50$ % et que les taux varient à la hausse, Δx et $\div$ OR ont la même définition de l'inégalité constante quand l'inégalité initiale et la variation sont égales ; le rapport d'*odds ratios* devient plus noir que l'écart de taux quand la variation de S est plus forte que l'écart initial et plus rose quand la

variation est plus faible. Si P_1 = 50 % et que les taux varient à la baisse, Δx et ÷ OR ont la même définition de l'inégalité constante quand l'inégalité initiale et la variation sont égales ; le rapport d'*odds ratios* devient plus rose que l'écart de taux quand la variation de S est plus forte que l'écart initial, et plus noir quand la variation est plus faible. Une vérification empirique est nécessaire car les effets de valeur, de sens et de structure peuvent se renforcer ou bien se contrarier : anticiper l'orientation respective des conclusions est alors difficile.

Tableau XI : Définitions de l'inégalité constante selon le rapport d'*odds ratios* et l'écart de taux lorsque, l'écart initial et la variation étant égaux, la valeur des taux augmente à écart constant

			Classe 2 (÷ OR)	Classe 2 vs Classe 3	Classe 3 (Δx)	Espace paradoxal Δ [3-2]	RAP
	T_1	T_2					
S P	9,999 0,001	20 P_2 ?	*0,002*	<	10	9,998 points	50 %
S P	20 10	30 P_2 ?	*16*	<	20	4 points	20 %
S P	30 20	40 P_2 ?	*28*	<	30	2 points	10 %
S P	40 30	50 P_2 ?	*38,995*	<	40	1,005 points	5 %
S P	**50** 40	60 P_2 ?	**50**	=		0 point	0 %
S P	60 50	70 P_2 ?	60, 87	>	*60*	0,87 point	4 %
S P	70 60	80 P_2 ?	72	>	*70*	2 points	10 %
S P	80 70	90 P_2 ?	84	>	*80*	4	20 %
S P	90 80	99,99 P_2 ?	99,98	>	*89,99*	9,99	50 %

Une vérification empirique confirme le risque de contradiction et la vision enchantée de la comparaison « logistique »

Cette vérification empirique a été opérée à partir de quatre publications retenues à cause du nombre et de l'importance des analyses nouvelles qu'elles proposaient sur l'évolution de l'inéga lité des chances à l'école. J'en ai retenu les analyses de flux construites sur le même modèle que le cas de la *grammar school :* des flux d'accès ou de réussite selon l'origine sociale[28]. Il s'agit des publications d'Euriat et Thélot (1995), Euriat (1999), Erlich et Blöss (2000) et Duru-Bellat et Kieffer (2000)[29]. La recension permet d'abord d'évaluer quelques fréquences :

– la fréquence des conditions structurelles d'apparition de la contradiction : presque 7 sur 7 (65 sur 74 comparaisons 2 à 2 des inégalités) ;

– la fréquence d'apparition de la contradiction entre applications cohérentes : ≈ 6 sur 7 ;

– la fréquence de la contradiction entre conclusions de l'écart de taux et du rapport d'*odds ratios :* ≈ 3 sur 10.

La fréquence de la contradiction entre conclusions de l'écart de taux et du rapport d'*odds ratios* n'est pas très élevée, mais la contradiction se concentre sur des aspects décisifs de l'évolution de l'inégalité des chances en matière éducative selon l'origine sociale. J'en présente quelques exemples qui illustrent aussi les représentations enchantées qui résultent de la préférence accordée au rapport d'*odds ratios*.

– Il s'agit d'une part de l'inégalité des chances d'accès en seconde et d'obtention du baccalauréat : les conclusions roses du rapport d'*odds ratios* sont contredites par celles de l'écart (et le seraient *a fortiori* par celles du taux de variation par rapport au maximum de variation possible). *Duru-Bellat et Kieffer (2000)*[30] *prennent acte de la contradiction*. Elles comparent systématiquement les conclusions du rapport d'*odds ratios* et de l'écart de taux qu'elles appliquent à la comparaison des chances de générations d'enfants de cadres et d'ouvriers sur une durée de près de 50 ans. Le tableau XII résume

28. J'en ai recalculé certaines lorsque les publications les suggéraient en ne présentant pourtant que des analyses de « stocks » tout en donnant les indications nécessaires pour les rapporter aux taux de chaque classe sociale dans la population.
29. Je n'ai pas retenu la publication de Duru-Bellat, Kieffer, Marry (2001), parce que, consacrée aux questions de genre, elle analyse des situations où les conditions structurelles d'apparition de la contradiction ne sont pas réunies : les chances des filles augmentent, celles des garçons diminuent. Je n'ai pas retenu non plus les analyses de publications qui ne communiquaient pas au lecteur les valeurs exactes des données sur lesquelles reposent leurs comparaisons. C'est en particulier le cas des publications de Goux et Maurin dans la *Revue française de sociologie* (1995) et dans *Économie et Statistique* (1997) : leurs comparaisons procèdent d'une recomposition des données des enquêtes FQP de 1970 et 1993 et ils en explicitent les principes de catégorisation : ils opposent notamment les « milieux supérieurs qui regroupent les cadres et chefs d'entreprise de plus de dix salariés » – notés a – et les « ouvriers, employés et agriculteurs qui constituent les milieux populaires » – notés b – ; mais les tableaux qui les comparent ne présentent que la valeur des rapports d'*odds ratios* qui leur sont appliqués pour définir les proportions de diplômés telles que a > b, a = b ou a < b ; ils ne permettent pas ainsi de comparer directement les proportions de a et de b ayant accédé à chacun des trois niveaux de diplômes qui sont distingués. Les conclusions (« aucune tendance claire ne se dégage », 1995, p. 87 ; « aucun signe d'une réduction ou d'un renforcement très significatif des inégalités », 1997, p. 31) ne peuvent de ce fait être confrontées à celles d'autres méthodes applicables aux mêmes inégalités de chances.
30. « Source : pour chaque génération, nous avons utilisé l'enquête FQP de l'Insee la plus proche : générations nées avant 1939 : FQP 1970 ; générations nées entre 1939 et 1953 : FQP 1977 ; générations nées entre 1954 et 1963 : FQP 1985 ; générations nées après 1963 : FQP 1993. Pour le niveau baccalauréat, les taux d'obtention concernant la cohorte 1959-1963 ont été classés selon l'enquête FQP 1993, afin d'avoir des informations sur les scolarités complètes (mais nous avons utilisé FQP 1985 pour les niveaux scolaires antérieurs car l'échantillon de cette enquête est plus nombreux) », p 60.

Tableau XII : Taux d'accès à différents niveaux de scolarisation des enfants de cadres et d'ouvriers

	Générations		
	Avant 1929	**Conclusion : l'inégalité...**	**1964-73**
I. Taux d'entrée en 2nde de l'ensemble de la génération			
Taux d'accès des enfants de cadres (%)	**64,8**		87,4
Taux d'accès des enfants d'ouvriers (%)	5,4		28,0
Écart des taux d'accès des enfants de cadres et des enfants d'ouvriers	59,4	=	59,4
Rapport d'o*dds ratios :* OR enfants de cadres/OR enfants d'ouvriers	32,4	↓	17,8
II. Taux d'obtention du bac des admis en sixième			
Taux d'obtention des enfants de cadres (%)	**41,8**		78,1
Taux d'obtention des enfants d'ouvriers (%)	6,1		26,1
Écart des taux d'obtention des enfants de cadres et d'ouvriers	35,7	↑	52,0
Rapport d'o*dds ratios :* OR enfants de cadres/OR enfants d'ouvriers	11,1	↓	10,1
III. Taux d'obtention du bac de l'ensemble de la génération			
Taux d'obtention des enfants de cadres (%)	**35,1**		77,3
Taux d'obtention des enfants d'ouvriers (%)	1,2		24,3
Écart des taux d'obtention des enfants de cadres et d'ouvriers	33,9	↑	53,0
Rapport d'o*dds ratios :* OR enfants de cadres/OR enfants d'ouvriers	44,5	↓	10,6

Tableau XIII : Proportion de bacheliers parmi les enfants entrés en sixième

	En 1962	**En 1980**
Enfants de cadres supérieurs et professeurs	54,6	74,1
Enfants d'ouvriers	11,3	25,3
Écart de taux	43,3	48,8
Rapport d'*odds ratios*	9,4	8,4
Selon l'écart de taux, l'inégalité...		⇑
Selon le rapport d'OR, l'inégalité...		⇓

ces variations[31] en les limitant aux périodes extrêmes : la génération née avant 1929 et celle des enfants nés entre 1964 et 1973.

Pour l'ensemble de la population, l'inégalité des chances d'entrer en seconde a diminué selon le rapport d'*odds ratios* mais n'a absolument pas changé selon l'écart de taux. Quant à l'inégalité des chances d'obtenir le baccalauréat (toutes filières confondues), elle a, elle aussi, diminué selon le rapport d'*odds ratios* mais a augmenté selon l'écart de taux, que l'on fasse la comparaison avec les enfants admis en sixième ou avec l'ensemble de la population. Les conclusions du taux de variation par rapport au maximum de variation possible seraient les mêmes que celles de l'écart de taux.

Euriat et Thélot (1995) concluent par contre à la diminution de l'inégalité des chances d'obtention du baccalauréat parmi les admis en sixième de 1962 à 1980, mais c'est parce qu'ils préfèrent la comparaison logistique. Ils comparent la proportion de bacheliers parmi les enfants entrés en sixième en 1962 et en 1980 selon qu'ils sont enfants de cadres supérieurs ou professeurs ou bien enfants d'ouvriers[32] (tableau XIII).

Les auteurs comparent les écarts de taux, les rapports d'*odds ratios* et même les rapports de taux. Ils constatent la contradiction entre la conclusion noire de l'écart de taux et celle des deux autres mais préfèrent conclure à la diminution des inégalités parce que « l'*odds ratio* (*sic*) est plus significatif ». Les conclusions du taux de variation par rapport au maximum de variation possible seraient les mêmes que celles de l'écart de taux : l'inégalité augmente.

– Il s'agit d'autre part de l'inégalité des chances d'accès à l'Université : *Euriat et Thélot (1995) concluent à sa diminution à partir de calculs qui font apparaître une diminution constante des chances d'accès des enfants des classes supérieures : une diminution pour le moins surprenante qu'ils ne commentent pourtant pas.*

Blöss et Erlich (2000) concluent aussi à la diminution de l'inégalité des chances d'accès à l'Université[33] *mais sans avoir comparé les écarts qui concluent à son augmentation*. Ils comparent entre 1959 et 1993 l'évolution des chances d'accès à l'université des enfants de cadres supérieurs et d'ouvriers et concluent à la diminution de l'inégalité. Ils appliquent un rapport de taux (mais pas aux taux de non admis), un rapport entre *odds ratios* (mesure qu'ils nomment « rapport de chance ») et même un taux logistique : tous concluent à la diminution de l'inégalité. Mais à l'exception de la variation calculée entre 1975 et 1982 (les chances des enfants de cadres supérieurs diminuent alors que celles des enfants d'ouvriers augmentent), l'inégalité augmente selon l'écart de taux (tableau XIV). Les conclusions du taux de variation par rapport au maximum de variation possible seraient les mêmes que celles de l'écart de taux.

31. Toutefois, il modifie les intitulés des applications (ils prêtent à confusion) et il ne retient pas la première comparaison (consacrée aux taux d'accès en seconde pour les enfants admis en sixième, elle manifeste leur augmentation pour enfants de cadre et leur diminution pour les enfants d'ouvriers : les conditions structurelles de la contradiction ne sont pas réunies).
32. Source : Panel d'élèves, INED pour le premier, DEP pour l'autre – Éléments tirés de DEP 1992, modifiés en 1962 pour mesurer la proportion d'élèves restés dans le système scolaire (en sixième ou non). La catégorie des ouvriers comprend ici les contremaîtres. Dans la présentation de ce tableau aussi je modifie les intitulés des applications.
33. Euriat et Thélot (1995) concluent aussi à sa diminution. Mais leurs calculs font apparaître une diminution régulière – et pour le moins étrange ! – des chances des enfants des classes supérieures : les conclusions convergent (l'inégalité diminue) mais la diminution des chances des enfants des classes supérieures n'est pas commentée.

Tableau XIV : Évolution des taux d'accès des jeunes de 20 à 24 ans à l'université selon la profession du père

	1959	1975	1982	1993
Cadre supérieur	37,3	71,8	71,4	86,9
Ouvrier	0,5	4,1	5,6	10,8
Écart de taux	36,8	67,7	65,8	76,1
Rapport d'*odds ratios*	118,4	59,6	42,1	54,8
Selon l'écart de taux, l'inégalité...		⇑	(⇓)	⇑
Selon le rapport d'OR, l'inégalité		⇓	(⇓)	⇓

Blöss et Erlich (2000) avaient pourtant ouvert leur article en rappelant le débat de 1984 sur les conclusions contradictoires et incohérentes... Mais, suivant en cela Euriat et Thélot, ils ont préféré les conclusions du rapport d'*odds ratios* et même oublié jusqu'à l'écart de taux. Ainsi d'une part le taux de variation par rapport au maximum de variation possible n'est jamais appliqué ; d'autre part (à l'exception de la publication qui conclut à la diminution des chances d'accès à l'université des enfants des classes supérieures), on passe du « noir » au « rose » selon que l'on suit la conclusion de l'écart de taux ou celle du rapport d'*odds ratios* – les deux autres applications cohérentes. Or à une exception près, c'est la conclusion rose du rapport d'*odds ratios* qui est privilégiée. Il en va de même dans la grande majorité d'autres articles recensés qui ne sont pas présentés ici.

Pour conclure

Revenant sur un débat ouvert en France depuis près de vingt ans et s'attachant à généraliser la portée d'observations procédant de l'examen de cas particulier, l'article a souligné d'abord le sentiment de paradoxe ressenti de façon continue par les étudiants face aux contradictions des conclusions découlant de l'application de différentes « mesures » à la comparaison deux à deux des inégalités de taux (de *chances* ou de *risques*) : un sentiment de paradoxe qui est indissociablement un fait social (dont la généralité et la constance ont pu être observées durant près de trente ans) et un produit de pratiques savantes durables (pratiques statistiques).

La contradiction des conclusions est mathématiquement déterminée ; son apparition est probable et prévisible : conclusions « roses » et conclusions « noires » s'opposent

Une analyse des déterminants mathématiques de la contradiction a montré que la contradiction, loin d'être l'exception que l'on croît, est de règle dès lors que l'on compare deux inégalités de taux variant dans le même sens (augmentation ou diminution) sans que le taux le plus faible devienne le plus fort ni que l'inégalité disparaisse. Ce sont les conditions structurelles d'apparition de la contradiction. Ces conditions structurelles sont fréquemment attestées lorsqu'on compare deux inégalités et elle suffit à ouvrir un risque de contradiction. La règle vaut autant pour la comparaison d'inégalités entre taux contemporains (par exemple inégalités de réussite scolaire et d'accès à l'emploi) que pour celle de l'évolution des inégalités. Lorsque ces conditions sont remplies, l'orientation rose ou noire de la conclusion est mathématiquement définie par quatre classes de définitions de l'inégalité constante qui résument l'ensemble des applications attestées. La conclusion prévisible dépend donc des sélections opérées parmi ces applications. Elle dépend du choix de « l'objet » même de la comparaison : comparer les taux eux-mêmes, tel ou tel « aspect » des taux (x ou x*, les chances ou les risques), les écarts de taux (dans le cas de ce qui est nommé taux de variation), les rapports de taux (dans le cas des *odds ratios* x/x* et des logits qui sont leurs logarithmes). Elle dépend aussi dans certains cas de la valeur des taux, du sens de la variation – la hausse ou à la baisse –, de la structure des inégalités – inégalité initiale, inégalité entre T_1 et T_2. De ces quatre classes mathématiques définissant l'inégalité constante dépend donc l'orientation rose ou noire des conclusions. En dépend aussi la cohérence ou l'incohérence des applications. La probabilité d'apparition des unes et des autres peut être calculée dès lors que sont remplies les conditions structurelles de cette apparition.

Or des années 1970 à nos jours deux classes mathématiques ont été successivement privilégiées : deux « orthodoxies de méthode » qui conduisent plus souvent à conclure à la diminution des inégalités

Le rapport de taux a été d'abord privilégié : il correspond à la classe mathématique qui conclut le plus facilement à la réduction des inégalités quand on compare des taux qui varient à la hausse, ce qui fut toujours le cas. En effet toutes les publications comparent l'évolution des « chances » de réussite et non des « risques » d'échec scolaire. Dans cette même classe mathématique entrent aussi les taux de variation ($\Delta x/x$). Ces deux types d'applications (rapports de taux et taux de variation) auraient plus souvent que tous les autres conclu à l'augmentation des inégalités de risques dans la mesure où ces risques diminuent : ils sont « incohérents ». Ils ont pourtant non seulement été préférés mais présentés comme étant la seule « méthode de comparaison » satisfaisante (cf. Boudon, 1973 *et al.*) et sont devenus la méthode orthodoxe jusque dans les années quatre vingt : mais ils n'ont été appliqués qu'à un seul aspect des taux[34] (les chances) et leur conclusion était alors plus

34. Le risque d'incohérence a été signalé mais aucune comparaison systématique de l'évolution des risques n'a été publiée.

rose que celle de l'écart de taux, application cohérente auparavant la plus courante, et qui correspond à une autre classe mathématique de définition de l'inégalité constante exigeant une plus forte augmentation des chances initialement les plus faibles pour conclure à la diminution de l'inégalité. Durant toutes ces années, le taux de variation par rapport au maximum de variation possible, mesure cohérente de la classe mathématique (4), exigeant la plus forte réduction des écarts pour conclure à la diminution de l'inégalité, n'a été appliqué qu'une fois. A partir de la fin des années quatre vingt, une autre orthodoxie des pratiques de comparaison s'impose : celle des « applications logistiques » (rapports d'*odds ratios* et taux logistique). Applications cohérentes, elles concluent plus souvent à la réduction des inégalités que l'écart de taux, application elle aussi cohérente. Il est plus difficile de prévoir mathématiquement l'orientation respective des conclusions des deux autres classes d'applications cohérentes, que constituent l'écart de taux et le rapport d'*odds ratios* ou le taux logistique qui en procède et avec lui constitue une classe mathématique de définition de l'inégalité constante. L'orientation varie selon le sens de la variation, le niveau des taux et la structure des inégalités, et ces variations sont alors susceptibles soit de se conjuguer soit de s'opposer entre elles. Mais en pratique, les conclusions des mesures dites « logistiques » appliquées aux comparaisons de l'évolution de l'inégalité des chances selon l'origine sociale dans l'enseignement secondaire ou à l'université sont plus roses que celles de l'écart de taux. Or, les

rapports de taux et taux de variation, applications de référence de l'orthodoxie précédente, sont disqualifiés au nom de leur incohérence ; l'écart d'*odds ratios*, application possible mais incohérente, n'est nulle part évoqué ; le taux de variation par rapport au maximum de variation possible n'est plus appliqué. En pratique, dans les applications et dans leurs argumentaires, la préférence se joue entre les « mesures logistiques » et les comparaisons, plus simples, des écarts de taux. Et les mesures logistiques sont devenues la nouvelle figure de l'orthodoxie des méthodes applicables aux comparaisons deux à deux des inégalités éducatives. Un double constat commun aux deux orthodoxies s'impose :

– la contradiction entre les fondements mathématiques qui valident les conclusions des quatre classes de définition de l'inégalité constante attestées en pratique et la recherche d'une orthodoxie de méthode condamnée à disqualifier trois d'entre elles ;

– celui ensuite de l'orientation en pratique plus rose des conclusions tenues alors pour orthodoxes suite à la disqualification opérée *de facto* de la classe mathématique la plus noire.

Au principe même d'une orthodoxie construite par disqualification de « méthodes » mathématiquement fondées, il faut en effet opposer un constat à ce jour incontesté : « *no model or measure is the best or the correct way to represent inequality of educational oportunity* » (Mare, 1981)[35]. Son énoncé apparaît sous forme euphémisée dans le débat soulevé en 1984 par le « paradoxe » des conclusions contradictoires : « divers choix d'un outil [...] peuvent conduire à des conclusions totalement opposées et des arguments d'ordre strictement mathématique sont insuffisants pour fonder la sélection de tel ou tel » (Florens, 1984)[36] ; « aucune façon de mesurer n'est *a priori* préférable à l'autre » (Euriat, Thélot, 1995)[37]. Ce qui est alors méconnu, c'est que le fait d'imposer une méthode qui serait « la meilleure » implique la disqualification des autres classes mathématiques définissant les inégalités. Ces disqualifications sont également condamnées à enfreindre les principes les plus fermement établis de la construction et de l'évaluation des probabilités (des chances et des risques). C'est seulement au titre des conditions d'enregistrement ou d'enquête dont procèdent ces taux que les *objets* de la comparaison peuvent être nommés des chances ou des risques : ces taux eux-mêmes ou leur combinaison par application d'écarts ou de rapports. Or de fait les orthodoxies prétendent arbitrer entre des objets construits à partir des mêmes taux issus des mêmes sources statistiques, disqualifiant les uns pour valider les autres. Communes aux deux orthodoxies par delà la concurrence qui les oppose, des infractions aussi lourdes sont aussi la condition de la convergence des sélections qu'elles opèrent en faveur de conclusions favorables à la diminution des inégalités sociales. L'hypothèse est à faire de déterminants indissociablement scientifiques, éthiques et politiques de ces infractions et sélections convergentes, hypothèse de recherche qui retrouve et en même temps spécifie celle que posait Desrosières (1993) à propos de « la place de l'information statistique dans l'espace du débat public » et de cette « langue statistique (qui) prend, dans certains pays et pour certaines périodes, une consistance originale d'une forme de régulation des rapports sociaux »[38].

ICC, un indice de convergence des conclusions pour des enjeux à la fois scientifiques, éthiques et politiques

S'en tenir aux applications mathématiquement validées par les classes de définition de l'inégalité constante

35. Mare, p. 62. Traduction : « Aucun modèle, aucune mesure, ne sont la meilleure ni même la bonne façon de représenter l'inégalité des chances à l'école ».
36. Florens, 1984.
37. P. 408.
38. P. 407.

conduit à une autre définition possible de la démarche scientifique : celle d'une « mathématique de l'à peu près », d'une « approximation de l'approximation » : « On refuse (implicitement) à la mathématique de se soucier d'autre chose que de l'exact ; on ne voit pas que l'à peu près est aussi son domaine ; (...) par contre, on lui demande (à la mathématique) ce qu'elle ne saurait faire : par exemple donner une définition d'un optimum absolu, dire la meilleure (sic) solution » (Guilbaud, 1985)[39]. Un indice de convergence des conclusions (ICC) peut être proposé pour les hiérarchiser en fonction des convergences qui découlent de l'application des classes mathématiques définissant l'inégalité constante. Indice à vocation scientifique, éthique et politique qui peut être tenu pour provisoire ou durable, il permet de substituer aux impératifs des orthodoxies de méthode une évaluation de la « force » que leur niveau de convergence confère à une conclusion. Plusieurs options sont alors possibles pour construire l'indice ICC :

– Un indice ICC4 serait élaboré en fonction de l'ensemble des pratiques attestées : soit les quatre classes mathématiques qui ont été distinguées.

– Un indice ICC6 prendrait en outre en considération l'extension des applications à l'écart d'*odds ratios*, application « oubliée » mais mathématiquement impliquée par la comparaison des inégalités d'*odds ratios*.

– Un indice ICC3 ne retiendrait des applications attestées que celles dont les conclusions sont cohérentes quelque soit l'aspect des taux soumis à la comparaison.

Je présente les deux qui se conforment le plus directement à l'état des pratiques et aux critères de validité actuellement pris en compte :

– ICC4 procède d'une sélection sociologiquement pertinente dans la mesure où elle se fonde sur les quatre classes mathématiques correspondant à l'état des pratiques statistiques observées *de facto*.

– ICC3 procède d'une autre sélection sociologiquement pertinente dans la mesure où l'indice exclut les applications incohérentes qui sont actuellement disqualifiées (tableau XV).

Si on retient l'indice de convergence des conclusions ICC4, on peut dire qu'une conclusion prend « force 4/4 », si les conclusions des quatre classes convergent ; qu'elle est de « force 3/4 » si les conclusions de trois des quatre classes convergent, et qu'elle est « indéterminée » si elles s'opposent deux à deux. Si on retient l'indice de convergence des conclusions ICC3, on peut dire qu'une conclusion est de « force 3/3 » si les trois conclusions des classes d'applications cohérentes convergent et « de force 2/3 » si deux seulement des trois conclusions convergent. S'il faut choisir, c'est à l'indice ICC3 que, pour des raisons pratiques, irait ma préférence car c'est lui qui opère la rupture la moins drastique avec la recherche d'une conclusion univoque qui soutient les pratiques et les représentations. La statistique étant une discipline appliquée, l'éventualité d'une « conclusion indéterminée » est socialement tellement peu gratifiante, le consensus sur la disqualification des applications incohérentes paraît si bien établi, que cet indice me semble avoir plus de chances qu'un autre d'être mis en pratique. Et il me paraît tout particulièrement important qu'un contre feu puisse être opposable aux entreprises d'imposition d'orthodoxies de méthode statistiquement et mathématiquement infondées et à leurs implications éthiques et politiques scientifiquement incontrôlées. D'autre part l'équilibre général de l'évaluation n'est pas radicalement remis en cause par l'exclusion des applications incohérentes, même si la finesse et la précision des niveaux d'évaluation en pâtissent.

L'analyse des pratiques doit être prolongée

Celle des argumentaires développés à l'appui des orthodoxies de méthode s'impose. Mais le constat est posé qu'ils ne peuvent se développer qu'en concluant à la disqualification de méthodes mathématiquement valides. Les principes de leurs confusions seront l'objet de l'analyse : les principes d'une illusion. L'hypothèse est posée qu'il s'agit d'une illusion techniciste. L'analyse peut aussi être prolongée par un élargissement de la recension des pratiques et argumentaires pour d'autres applications et dans d'autres domaines. Il doit éclairer les voies par lesquelles cette illusion techniciste a pris la forme d'un enchantement avant même d'être importée et généralisée en France aux comparaisons deux à deux des inégalités de chances éducatives : les modélisations des variations, d'autres « mesures » (globales notamment) et analyses de l'inégalité dans d'autres domaines et d'autres sciences humaines et sociales, dans des sciences dites « dures » aussi et qui, comme la physique, font toujours référence. Dans l'une et l'autre perspective, l'enjeu des analyses sera indissociablement scientifique, éthique et politique : celui de la construction sociale de modèles de scientificité légitimes.

Tableau XV : ICC, indice de convergence des conclusions : constats et conclusions

ICC 4	ICC 3
Constats .....Conclusion	Constats .....Conclusion
Les 4 conclusions convergent .....Force 4/4	Les 3 conclusions convergent .....Force 3/3
3 des 4 conclusions convergent .....Force 3/4	2 des 3 conclusions convergent .....Force 2/3
Les conclusions s'opposent 2 à 2 .....Indéterminée	

39. P. 73. Et, plus loin : « On pourrait même dire que c'est la tâche principale de la mathématique depuis ses origines, et que c'est le moteur le plus puissant de son histoire. "Parler avec rigueur de ce qui est approximatif", la formule paraît paradoxale. C'est en effet une sorte de défi à l'activité intelligente de l'homme : d'une part l'exigence de certitude et de rigueur ; d'autre part l'inaccessibilité de cette perfection », p. 200.

Bibliographie

Baudelot, Benoliel, Cukrowitz, Establet, 1981, *Les étudiants, l'emploi, la crise,* Paris, Maspero.

Blöss Thierry, Erlich Valérie, 2000, « Les bacheliers technologiques en question », *Revue française de sociologie,* 41, 4, pp. 747-776.

Boudon Raymond, 1973, *L'inégalité des chances. La mobilité sociale dans les sociétés industrielles*, Paris, Colin.

Cibois Philippe, 1999, Ce que fait la régression logistique*, Courrier « aux collègues s'intéressant aux techniques quantitatives en sociologie »*.

Combessie Jean-Claude, 1984, « L'évolution comparée des inégalités », *Revue française de sociologie*, 25, 2, pp. 233-254.

Combessie Jean-Claude, 1985, « Paradoxes des fonctions de concentration de C. Gini », *Revue française de sociologie,* 26, 4, pp. 653-658.

Combessie Jean-Claude, 1996, *La méthode en sociologie*, Paris, La Découverte, col. Repères.

Desrosières Alain, 1993, *La politique des grands nombres. Histoire de la raison statistique*, Paris, La Découverte.

Duru-Bellat Marie, Kieffer Annick, 2000, « La démocratisation de l'enseignement en France : Polémique autour d'une question d'actualité », *Population,* n° 1, pp. 51-80.

Duru-Bellat Marie, Kieffer Annick, Marry Catherine 2001, « La dynamique des scolarités des filles : le double handicap questionné », *Revue française de sociologie,* n° 42-2, pp. 251-280.

Euriat Michel, Thélot Claude, 1995, « Le recrutement de l'élite scolaire en France. Évolution des inégalités de 1950 à 1990 », *Revue française de sociologie,* 36, 3, pp. 403-438.

Goux Dominique, Maurin Éric, 1995, « Origine sociale et destinée scolaire. L'inégalité des chances devant l'enseignement à travers les enquêtes FQP 1970, 1977, 1985 et 1993 », *Revue française de sociologie*.

Goux Dominique, Maurin Éric, 1997, « Démocratisation de l'école et persistance des inégalités », *Économie et statistique* n° 306, pp. 27-36.

Guilbaud Georges Théodule, 1985, *Leçons d'à peu près*, C. Bourgois.

Mare R. D., 1980, « Social background and School Continuation Decisions », *Journal of the American Statistical Association*, 75, pp. 295-305.

Mare R. D., 1981, « Change and stability in Educational Stratification », *American Sociological Review*, 46, pp. 72-87.

Merllié Dominique, 1985, « Analyse de l'interaction entre variables : problème statistique ou sociologique », *Revue française de sociologie*, 26, 4, pp. 629-652.

Prévot Jean, 1985, « À propos d'indices et de comparaisons de proportions « , *Revue française de sociologie*, 26, 4, pp. 601-628.

Prost Antoine, 1986, *L'enseignement s'est-il démocratisé ?*, Paris, Presses universitaires de France.

Toulemon Laurent, 1995, « Régression logistique et régression sur les risques », *Dossiers et Recherches*, 46, INED.

Vallet Louis-André, 1988, « L'évolution de l'inégalité des chances devant l'enseignement. Un point de vue de modélisation statistique », *Revue française de sociologie*, 29, 3, pp. 395-423.

Westergaard John, Little Alan, 1969, « Les possibilités d'accès à l'éducation et les processus de sélection sociale en Angleterre et au Pays de Galles : tendances et conséquences d'ordre politique », *Objectifs centraux et planification de l'enseignement*, OCDE ; version remaniée de l'article : « The trend of class differentials in educational opportunity in England and Wales », *British journal of sociology*, 15, 4, 1964.

Annexe statistique I

Variation de l'espace et du risque de paradoxe quand l'inégalité augmente par variation à écart constant d'un de ses termes

L'astérisque RAP* signale un calcul du maximum de variation possible par rapport à 100 %, l'inconnue étant S.

A – L'INÉGALITÉ AUGMENTE PARCE QUE S_2 AUGMENTE D'UN POINT : INCONNUE P_2							
1°)	T1	T2	S_2 ↑ de 1	⇒ ECP ↑	ΔECP ↑ K = 0,51	⇒ RAP ↑	ΔRAP décroissant
S	2	**3**	**3**	0,51		26,5 %	
P	1	X ?	4	1,02	+ 0,51	34 %	+ 7,50
			5	1,53	+ 0,51	38,25	+ 4,25
			6	2,04	+ 0,51	40,8	2,55
			7	2,55	+ 0,51	42,5	1,70
			8	3,06	+ 0,51	43,71	1,21
2°)	T1	T2	S_2 ↑ de 1	⇒ ECP ↑	ΔECP K = 0,34	⇒ RAP ↑	ΔRAP décroissant
S	3	**4**	**4**	0,343		17,5 %	
P	2	X ?	5	0,688	+ 0,345	22,93 %	+ 5,83
			6	1,031	+ 0,343	25,775 %	+ 2,845
			7	1,374	+ 0,343	27,48	+ 1,71
			8	1,719	+ 0,345	28,65	+ 1,17
Conclusion : ECP augmente à écart constant ; RAP augmente à écart décroissant.							

B – L'INÉGALITÉ AUGMENTE PARCE QUE P_2 AUGMENTE D'UN POINT : INCONNUE S_2							
1°)	T1	T2	P_2 ↑ de 1	⇒ ECP ↑	ΔECP K = 1,01	⇒ RAP* (ECP/98) ↑	ΔRAP* constant K = 1,03
S	2	X ?	**3**	2,02		2,061	
P	1	**3**	4	3,03	+ 1,01	3,092	+ 1,031
			5	4,04	+ 1,01	4,122	+ 1,030
			6	5,05	+ 1,01	5,153	+ 1,031
			7	6,06	+ 1,01	6,184	+ 1,031
			8	7,07	+ 1,01	7,214	+ 1,031
			9	8,08	+ 1,01	8,245	+ 1,031
			10	9,09	+ 1,01	9,276	+ 1,031
2°)	T1	T2	P_2 ↑ de 1	⇒ ECP ↑	ΔECP K = 1.010	⇒ RAP* (ECP/98) ↑	ΔRAP constant K ≈ 1,031
S	2	X ?					
P	1	**1,5**	**1,5**	0,505		0,515	
			2,5	1,515	+ 1,01	1,546	+ 1,031
			3,5	2,525	+ 1,01	2,577	+ 1,031
			4,5	3,535	+ 1,01	3,607	+ 1,030
			5,5	4,545	+ 1,01	4,638	+ 1,031
			6,5	5,556	+ 1,01	5,669	+ 1,031
Conclusion : ECP augmente à écart constant ; RAP* augmente à écart décroissant.							

C –L'INÉGALITÉ AUGMENTE PARCE QUE S_1 AUGMENTE D'UN POINT : INCONNUE S_2							
1°)	T1	T2	S_1 ↑ de + 1	⇒ ECP ↑	ΔECP K = 1,01	⇒ RAP* (ECP/97) ↑	ΔRAP* croissant
S	**3**	X ?	**3**	2,02		2,082	
P	1	2	4	3,03	+ 1,01	3,156	+ 1,074
			5	4,04	+ 1,01	4,253	+ 1,097
			6	5,05	+ 1,01	5,373	+ 1,12
			7	6,06	+ 1,01	6,516	+ 1,143
			8	7,07	+ 1,01	7,685	+ 1,169
			9	8,08	+ 1,01	8,879	+ 1,194
			10	9,09	+ 1,01	10,1	+ 1,221
2°)	T1	T2	S_1 ↑ + 1	⇒ ECP ↑	ΔECP K = 1,01	⇒ RAP* (ECP/97) ↑	ΔRAP croissant
S	**10**	X ?	**10**	9,09		10,1	
P	1	2	11	10,101	+ 1,011	11,349	+ 1,249
			12	11,111	+ 1,010	12,626	+ 1,277
			13	12,121	+ 1,010	13,932	+ 1,306
			14	13,131	+ 1,010	15,269	+ 1,337
			15	14,141	+ 1,010	16,636	+ 1,367
			16	15,152	+ 1,011	18,038	+ 1,402
			17	16,152	+ 1,010	19,472	+ 1,434
Conclusion : ECP augmente à écart constant ; RAP* augmente à écart croissant							

D – L'INÉGALITÉ AUGMENTE PARCE QUE P_1 DIMINUE D'UN POINT : INCONNUE P_2							
1°)	T1	T2	P_1 ↑ de 1	⇒ ECP ↑	ΔECP K = 0,11	⇒ RAP ↑	ΔRAP décroissant
S	10	11					
P	**6**	X ?	**6**	0,445		8,9-%	
			5	0,556	0,111	9,27-%	+-0,63
			4	0,667	0,111	9,53 %	+ 0,26
			3	0,778	0,111	9,73 %	+ 0,20
			2	0,889	0,111	9,88 %	+ 0,15
			1	1	0,111	10 %	+ 0,12
2°)	T1	T2	P_1 ↑ de 1	⇒ ECP ↑	ΔECP K = 0,06	⇒ RAP ↑	ΔRAP décroissant
S	20	21					
P	**7**	X ?	**7**	0,8125		5,8036	
			6	0,875	0,0625	5,8331	+ 0,0295
			5	0,9375	0,0625	5,8590	+ 0,0259
			4	1	0,0625	5,8823	+ 0,0233
			3	1,0625	0,0625	5,9028	+ 0,0205
			2	1,125	0,0625	5,9211	+ 0,0183
			1	1,1875	0,0625	5,9375	+ 0,0164
Conclusion : ECP augmente à écart constant ; RAP augmente à écart décroissant							

Annexe statistique II

Valeurs de P_2 définissant l'inégalité constante selon (Δx) et ($\div OR$) quand $[S_1\text{-}P_1] \neq [S_1\text{-}S_2]$

A – VARIATION À LA HAUSSE : S_1 = 50 % ; $[S_1\text{-}P_1]$ = K ; S_2 varie à écart constant (+ 10)					
Périodes	**T_1**	**T_2** (T_{1+1})	**T_3** (T_{1+2})	**T_4** (T_{1+3})	**T_5** (T_{1+4})
(A) : $[S_1\text{-}S_2]$ devient supérieur à l'écart initial $[S_1\text{-}P_1]$					
Valeur de S_1	50 %	60 %	70 %	80 %	90 %
Valeur de P_1	40 %	50 %	60 %	70 %	80 %
Selon Δ_x, l'inégalité est constante si P_{1+n} =					
Selon $\div_{OR}$, l'inégalité est constante si P_{1+n} =		50 %	60,9 %	72,7 %	85,7 %
Conclusion : ($\div_{OR}$) est plus noir que (Δ_x)					
(B) : $[S_1\text{-}S_2]$ devient inférieur à l'écart initial $[S_1\text{-}P_1]$					
Valeur de S_1	50 %	90 %	80 %	70 %	60 %
Valeur de P_1	10 %	50 %	40 %	30 %	20 %
Selon Δ_x, l'inégalité est constante si P_{1+n} =					
Selon $\div_{OR}$, l'inégalité est constante si P_{1+n} =		50 %	30,8 %	20,6	14,3 %
Conclusion : ($\div_{OR}$) est plus rose que (Δ_x)					
(C) : Conclusion en cas de variation à la hausse : si S_1 = 50 % et si l'écart initial est constant, ($\div$ OR) devient plus noir que (Δx) quand $[S_1\text{-}S_2]$ devient supérieur à l'écart initial, plus rose quand il devient inférieur.					

B – VARIATION À LA BAISSE : P_1 = 50 % ; $[S_1\text{-}P_1]$ = K ; S_2 = 50 % puis varie à écart constant (– 10)					
Périodes	**T_1**	**T_2** (T_{1+1})	**T_3** (T_{1+2})	**T_4** (T_{1+3})	**T_5** (T_{1+4})
(A) : $[S_1\text{-}S_2]$ devient supérieur à l'écart initial $[S_1\text{-}P_1]$					
Valeur de S_1	70 %	50 %	40 %	30 %	20 %
Valeur de P_1	50 %	30 %	20 %	10 %	0 %
Selon Δ_x, l'inégalité est constante si P_{1+n} =					
Selon $\div_{OR}$, l'inégalité est constante si P_{1+n} =		30 %	22,2 %	15,5 %	9,7 %
Conclusion : ($\div_{OR}$) est plus rose que (Δ_x)					
(B) : $[S_1\text{-}S_2]$ devient inférieur à l'écart initial $[S_1\text{-}P_1]$					
Valeur de S_1	90 %	50 %	60 %	70 %	80 %
Valeur de P_1	50 %	10 %	20 %	30 %	40 %
Selon Δ_x, l'inégalité est constante si P_{1+n} =					
Selon $\div_{OR}$, l'inégalité est constante si P_{1+n} =		10 %	14,3 %	20,6 %	30,8 %
Conclusion : ($\div_{OR}$) est plus noir que (Δ_x)					
(C) : Conclusion en cas de variation à la baisse : si P_1 = 50 % et si l'écart initial est constant, ($\div$ OR) devient plus rose que (Δx) quand $[S_1\text{-}S_2]$ devient supérieur à l'écart initial, plus noir quand il devient inférieur.					